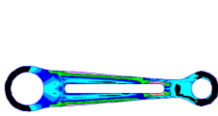
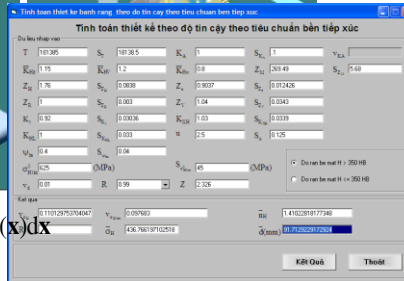
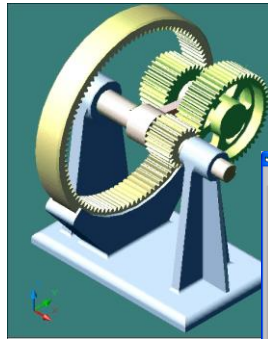
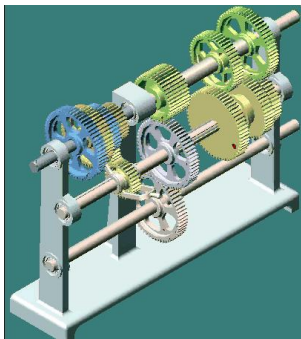
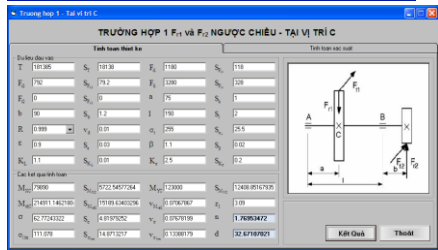
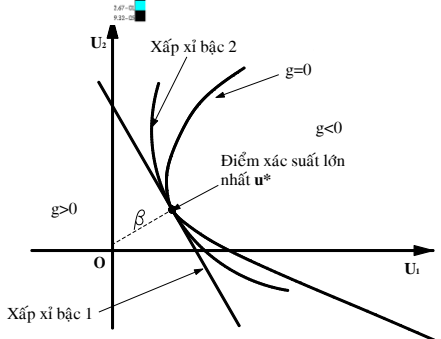


TS. NGUYỄN HỮU LỘC

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CƠ KHÍ THEO ĐỘ TIN CẬY



$$R = P(g(X) > 0) = \int_{g(X) > 0} f_x(x) dx$$



MỤC LỤC

CHƯƠNG 1 TỔNG QUAN	9
1.1. Khái niệm	9
1.2. Nội dung độ tin cậy máy	10
1.3. Phân tích và thiết kế theo độ tin cậy	14
1.4. Đối tượng độ tin cậy	15
1.5. Lịch sử kỹ thuật độ tin cậy	16
1.6. Quản lí độ tin cậy	18
1.7. Các dạng hỏng chỉ tiết cơ khí và kết cấu	19
1.8. Tình hình nghiên cứu	24
CHƯƠNG 2 HÀM PHÂN PHỐI CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN	25
2.1. Các đại lượng ngẫu nhiên	25
2.2. Các sự phụ thuộc chủ yếu	29
2.3. Hàm cường độ hỏng	31
2.4. Hàm phân phối đều	33
2.5. Hàm phân phối mũ	34
2.6. Hàm phân phối chuẩn	36
2.7. Hàm phân phối logarit chuẩn	41
2.8. Hàm phân phối Weibull	44
2.9. Hàm phân phối Gamma	45
2.10. Bài tập	46
CHƯƠNG 3 CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN TRONG THIẾT KẾ	47
3.1. Kích thước hình học chi tiết	47
3.1.1. Sai lệch kích thước các chi tiết	47
3.1.2. Sai số chuỗi kích thước	48
3.2. Tải trọng tác dụng	51
3.2.1. Đặc trưng tải trọng máy theo quan điểm xác suất	53
3.2.2. Bản chất ngẫu nhiên của tải trọng	56
3.3. Độ bền vật liệu	58
3.3.1. Thống kê tính chất đàn hồi vật liệu	58
3.3.2. Các mô hình thống kê cho độ bền vật liệu	60
3.4. Giới hạn mỏi	61
3.4.1. Giới thiệu	61
3.4.2. Sử dụng các phương pháp thống kê đồng dạng để xác định đặc tính mỏi của chi tiết máy	65
3.5. Bài tập	67
CHƯƠNG 4 HÀM SỐ CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN	69
4.1. Hàm số của một biến số	69

Mục lục

4.2 Hàm số nhiều biến số	71
4.1.1 Phụ thuộc tuyến tính	71
4.1.2 Phụ thuộc phi tuyến	74
4.3 Phân tích tương quan trong các phụ thuộc độ tin cậy	76
4.4 Bài tập	80
CHƯƠNG 5 PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THEO ĐỘ TIN CẬY	
BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ	83
5.1 Giới thiệu	83
5.2 Tổng quan về quá trình phân tích độ tin cậy	86
5.3 Phương pháp xấp xỉ bậc nhất	88
5.4 Phương pháp xấp xỉ bậc hai	95
5.5 Phương pháp mômen thích hợp	97
5.6 Phương pháp phân tích trường hợp xấu nhất	100
5.7 Phân tích độ nhạy	103
5.8 Phân tích ngược độ tin cậy	106
5.9 Kết luận	108
5.10 Bài tập	109
CHƯƠNG 6 PHÂN TÍCH THEO ĐỘ TIN CẬY BẰNG PHƯƠNG PHÁP	
MÔ PHỎNG VÀ BỀ MẶT ĐÁP ỨNG	111
6.1 Phương pháp Monte Carlo	111
6.1.1 Khái niệm	112
6.1.2 Tạo số ngẫu nhiên	115
6.1.3 Giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn	116
6.1.4 Giá trị biến ngẫu nhiên logarit chuẩn	120
6.1.5 Trình tự tổng quát để tạo giá trị biến ngẫu nhiên từ một phân phối bất kỳ	122
6.1.6 Độ chính xác của xác suất dự đoán	122
6.2 Lấy mẫu theo Latin Hypercube	123
6.3 Phương pháp dự đoán điểm Rosenblueth	125
6.4 Phương pháp bề mặt đáp ứng	127
6.4.1 Thực nghiệm yếu tố từng phần	128
6.4.2 Phương án thực nghiệm cấp 2	129
6.5 Kết luận	131
6.6 Bài tập	131
CHƯƠNG 7 THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH KẾT CẤU THEO ĐỘ TIN CẬY	133
7.1 Phân tích và thiết kế trên cơ sở độ tin cậy theo độ bền	134
7.2 Thiết kế và phân tích theo hệ số an toàn trung bình	137
7.3 Tính toán thanh chịu kéo	141
7.4 Tính toán thanh chịu uốn	145
7.5 Tính toán thanh chịu xoắn	147
7.5.1 Phụ thuộc kích thước vào dung sai bán kính	148
7.5.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán vật liệu	148
7.5.3 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán mômen xoắn	149
7.6 Tính toán dầm chữ I chịu uốn	149

7.7	Tính toán thanh uốn dọc	152
7.7.1	Phụ thuộc kích thước vào dung sai đường kính	153
7.7.2	Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán tải trọng	154
7.8	Tính thanh chịu lực phức tạp	154
7.9	Bài tập	157

CHƯƠNG 8 CƠ SỞ PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ CHI TIẾT MÁY

	THEO ĐỘ TIN CẬY	161
8.1	Độ tin cậy bộ truyền bánh ma sát	161
8.2	Độ tin cậy bộ truyền đai	162
8.3	Độ tin cậy bộ truyền bánh răng	163
8.3.1	Tính toán theo độ bền tiếp xúc	163
8.3.2	Phân tích và thiết kế theo độ bền uốn	169
8.3.3	Độ tin cậy bộ truyền bánh răng trong trường hợp tổng quát	173
8.4	Độ tin cậy của trục	174
8.5	Độ tin cậy ổ lăn	181
8.6	Độ tin cậy ổ trượt	185
8.7	Độ tin cậy ly hợp	187
8.7.1	Độ tin cậy ly hợp một chiều	187
8.7.2	Độ tin cậy ly hợp chốt an toàn	189
8.7.3	Độ tin cậy ly hợp ma sát an toàn	189
8.7.4	Độ tin cậy ly hợp bi an toàn	190
8.8	Độ tin cậy lò xo	191
8.8.1	Lò xo xoắn ốc nén, kéo	191
8.8.2	Lò xo xoắn ốc xoắn	193
8.9	Độ tin cậy của mối ghép ren	194
8.9.1	Xác suất làm việc không hỏng theo điều kiện không tách bề mặt ghép R_1	194
8.9.2	Xác suất làm việc không hỏng theo điều kiện không trượt bề mặt ghép R_2	195
8.9.3	Xác suất làm việc không hỏng bulông theo độ bền tĩnh R_3	195
8.9.4	Xác suất làm việc không hỏng bulông theo độ bền mỏi R_4	196
8.10	Độ tin cậy mối ghép có độ dôi	198
8.11	Kết luận	200
8.12	Bài tập	200

CHƯƠNG 9 PHÂN TÍCH MÁY THÀNH HỆ THỐNG

9.1	Phân tích an toàn hệ thống	203
9.2	Các dạng hỏng và phân tích ảnh hưởng	205
9.3	Phân tích cây sự kiện	206
9.4	Phân tích cấu trúc cây dạng hỏng	208
9.5	Cut-set nhỏ nhất	214
9.6	Ứng dụng phân tích hệ thống truyền động thành hệ thống	217
9.7	Kết luận	220

Mục lục

9.8 Bài tập	221
CHƯƠNG 10 PHÂN TÍCH VÀ PHÂN PHỐI ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG	223
10.1 Độ tin cậy hệ thống nối tiếp và song song	223
10.1.1 Độ tin cậy hệ thống nối tiếp	223
10.1.2 Độ tin cậy hệ thống song song	227
10.1.3 Độ tin cậy hệ thống hỗn hợp	229
10.2 Đánh giá độ tin cậy hệ dạng chuỗi gồm n phần tử giống nhau	232
10.3 Độ tin cậy hệ thống có thành phần dự trữ	235
10.3.1 Khi dự trữ cố định (các phần mắc tử song song)	236
10.3.2 Dự trữ có các thành phần dự trữ làm việc khi thành phần chính bị hỏng	237
10.3.3 Độ tin cậy hệ thống có phần tử thay thế trong thời gian phục hồi phần tử bị hỏng	237
10.3.4 Độ tin cậy hệ thống khi các thành phần dự trữ làm việc với chế độ tải nhẹ hơn	239
10.4 Tính toán độ tin cậy của hệ thống kết hợp phức tạp	240
10.4.1 Phương pháp xác suất có điều kiện	240
10.4.2 Phương pháp đánh số	241
10.4.3 Phương pháp cut-set	243
10.4.4 Ví dụ	245
10.5 Nâng cao độ tin cậy của hệ thống	248
10.5.1 Nâng cao độ tin cậy hệ thống nối tiếp	248
10.5.2 Nâng cao độ tin cậy hệ thống mắc song song	250
10.6 Phân phối độ tin cậy hệ thống	252
10.6.1 Phương pháp phân phối đều	253
10.6.2 Phương pháp phân phối có trọng số	253
10.6.3 Phương pháp Agree	255
10.7 Bài tập	257
CHƯƠNG 11 THIẾT KẾ TỐI ƯU THEO ĐỘ TIN CẬY	261
11.1 Khái niệm thiết kế tối ưu	262
11.1.1 Quá trình thiết kế tối ưu	262
11.1.2 Bài toán thiết kế tối ưu	262
11.2 Phân phối tối ưu độ tin cậy hệ thống	265
11.2.1 Định dạng bài toán tối ưu phân phối	265
11.2.2 Giải các bài toán tối ưu phân phối độ tin cậy	267
11.3 Dạng bài toán thiết kế tối ưu kết cấu theo độ tin cậy	277
11.4 Trình tự thiết kế tối ưu kết cấu trên cơ sở độ tin cậy	283
11.4.1 Phương pháp hai vòng lặp	283
11.4.2 Các phương pháp khác giải bài toán tối ưu	286
11.5 Bài tập	188
CHƯƠNG 12 CHƯƠNG TRÌNH TÍNH TOÁN THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CƠ KHÍ THEO ĐỘ TIN CẬY (RADME)	293

	<u>Muc luc</u>
12.1 Tính toán và phân tích bộ truyền bánh răng	294
12.2 Tính toán và phân tích trục	297
12.2.1 Tính trục I	297
12.2.2 Tính trục II	299
12.3 Chọn và phân tích ổ	300
12.4 Kết luận	301
12.5 Bài tập	301
PHỤ LỤC 1	303
PHỤ LỤC 2	305
PHỤ LỤC 3	306
TÀI LIỆU THAM KHẢO	308

LỜI NÓI ĐẦU

Trong giai đoạn hiện nay các kỹ sư thiết kế đối mặt với những thử thách mới: yêu cầu sử dụng mô phỏng tính toán, đòi hỏi rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm – từ ý tưởng ban đầu đến thị trường, độ tin cậy, an toàn và chất lượng cao, ít ảnh hưởng đến môi trường. Do cần thiết sản phẩm phải có tính cạnh tranh cao, độ phức tạp thiết kế kỹ thuật gia tăng và bản chất thay đổi các đại lượng trong kỹ thuật, đòi hỏi người kỹ sư có các kiến thức cần thiết để ứng dụng xác suất và thống kê toán vào phân tích và thiết kế kỹ thuật. Tính thay đổi có mặt khắp nơi trong mọi giai đoạn của quá trình thiết kế và phát triển sản phẩm hoặc hệ thống kỹ thuật nào đó bất kỳ. Do đó cùng với các kiến thức về thiết kế thì các kiến thức xác suất thống kê toán rất cần thiết cho người cán bộ nghiên cứu và kỹ sư thiết kế giải quyết các bài toán thiết kế phức tạp. Thiết kế theo phương pháp xác suất ngày càng được ứng dụng rộng rãi và phần quan trọng là phân tích và thiết kế theo độ tin cậy.

Qua kinh nghiệm gần 10 năm giảng dạy môn học này cho sinh viên ngành cơ khí, hướng dẫn các đề tài học viên cao học và thực hiện một số đề tài nghiên cứu theo hướng đề tài này, chúng tôi đã biên soạn và ngày càng hoàn thiện hơn cuốn sách này để phục vụ cho công tác đào tạo và nghiên cứu cho sinh viên các ngành kỹ thuật, cán bộ giảng dạy và nghiên cứu.

Cuốn sách được Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật xuất bản năm 2005 với mục đích giúp cho các bạn đọc có thêm tài liệu tham khảo về lãnh vực này.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn các ý kiến đóng góp, phê bình những thiếu sót của sách để chúng tôi có thể nâng cao chất lượng tài liệu trong các lần xuất bản sau. Mọi ý kiến đóng góp, phê bình và thắc mắc xin gửi về địa chỉ :

Nguyễn Hữu Lộc, bộ môn Thiết kế máy, khoa Cơ Khí. 268 Lý Thường Kiệt, quận 10, trường Đại học Bách Khoa TP Hồ Chí Minh.

hoặc email: nhlcad@yahoo.com

TP Hồ Chí Minh, 10/2005

TS NGUYỄN HỮU LỘC

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN

Hiện tại các kỹ sư thiết kế đối mặt với những thử thách mới: yêu cầu sử dụng mô phỏng tính toán, đòi hỏi rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm – từ ý tưởng ban đầu đến thị trường, độ tin cậy và chất lượng cao, ít ảnh hưởng đến môi trường. Do cần thiết sản phẩm phải có tính cạnh tranh cao, tăng độ phức tạp thiết kế kỹ thuật và bản chất thay đổi các đại lượng trong kỹ thuật, đòi hỏi người kỹ sư có kiến thức cần thiết để ứng dụng xác suất và thống kê toán vào phân tích và thiết kế kỹ thuật. Tính thay đổi có mặt khắp nơi trong mọi giai đoạn của quá trình thiết kế sản phẩm và hệ thống kỹ thuật bất kỳ. Hiện nay trong thiết kế sản phẩm mới thì việc ứng dụng các phương pháp xác suất thống kê là phần không thể tách rời trong thiết kế và phân tích. Do đó cùng với các kiến thức về thiết kế thì các kiến thức xác suất thống kê toán rất cần thiết cho người kỹ sư để giải quyết các bài toán thiết kế phức tạp. Thiết kế theo phương pháp xác suất ngày càng được ứng dụng rộng rãi và một phần quan trọng là phân tích và thiết kế theo độ tin cậy.

1.1. KHÁI NIỆM

Độ tin cậy là tính chất của đối tượng (chi tiết máy, máy, công trình...) thực hiện được chức năng, nhiệm vụ đã định, duy trì trong một thời gian các chỉ tiêu sử dụng, các thông số làm việc trong giới hạn quy định tương ứng với chế độ, điều kiện vận hành, chăm sóc và sửa chữa cụ thể.

Độ tin cậy là một trong các thành phần chất lượng của bất kỳ hệ thống kỹ thuật nào. Mức độ của độ tin cậy chủ yếu là xác định sự phát triển của kỹ thuật theo các hướng chính: tự động hóa sản xuất, tăng cường quá trình sản xuất và giao thông, tiết kiệm nguyên và nhiên liệu. Các phương tiện kỹ thuật hiện đại hiện nay gồm nhiều cơ cấu, thiết bị và dụng cụ có quan hệ mật thiết với nhau. Ví dụ: mỗi tổ hợp cán kéo tự động bao gồm hơn 1 triệu chi tiết. Một hệ thống thiết bị điều khiển tên lửa bằng điện tử bao gồm vài chục triệu phần tử trong khi đó các thiết bị điện tử đầu tiên chỉ khoảng vài chục đến vài trăm phần tử. Sự hư hỏng của bất cứ phần tử nào trong hệ thống (nếu không có dự trữ) kéo theo sự hư hỏng hoàn toàn hệ thống.

Chương 1

Độ tin cậy không đủ của máy dẫn đến: Chi phí sửa chữa lớn, ngừng máy, làm ngưng trệ việc cung cấp cho các khu dân cư điện, nước, khí đốt, phương tiện giao thông. Trong vài trường hợp dẫn đến tai nạn làm cho thiệt hại kinh tế lớn, phá hủy các công trình, thiệt hại về con người.

Sự phát triển nhanh chóng khoa học về độ tin cậy trong hiện nay liên quan đến:

- Tự động hóa, sắp xếp máy móc trong các dây chuyền sản xuất lớn.
- Giải quyết các vấn đề liên quan đến công nghệ không sử dụng sức con người (sử dụng người máy).
- Không ngừng tăng cường sự làm việc của máy, giảm lượng tiêu hao kim loại của máy, tăng cường cường độ sử dụng của máy.

1.2. NỘI DUNG ĐỘ TIN CẬY MÁY

Phân tích lý thuyết một hiện tượng, qui trình công nghệ, chức năng và kết cấu máy dựa trên cơ sở chọn các mô hình xác định hoặc sơ đồ tính. Khi đó chú ý đến các nhân tố ảnh hưởng và bỏ qua các nhân tố ít bị ảnh hưởng. Hiện tồn tại hai phương pháp phân tích: đơn định và xác suất (thống kê). Theo phương pháp đầu tiên tất cả các nhân tố ảnh hưởng đến mô hình được xem như là đơn định. Các bài toán đơn định chỉ có một nghiệm duy nhất. Trong thực tế thì các kết luận rút ra từ các mô hình đơn định khác xa với kết quả quan sát thực nghiệm. Một trong các nguyên nhân chủ yếu là do một số lượng lớn các nhân tố không kiểm soát được, tương quan phức tạp ảnh hưởng đến trạng thái của hệ thống thực. Do đó, trạng thái hệ thống thực mang tính ngẫu nhiên.

Ứng dụng các phương pháp xác suất để giải các bài toán độ tin cậy gặp rất nhiều khó khăn về tâm lý và kỹ thuật, đặc biệt với các hệ thống phức tạp, sản xuất đơn chiếc và các thiết bị cần có độ an toàn cao. Các mô hình xác suất thường rất phức tạp, cách duy nhất thu được kết quả số chính xác là mô hình hoá thống kê, còn gọi là phương pháp Monte Carlo.

Trong lý thuyết độ tin cậy tồn tại hai hướng, chúng có nội dung và hệ thống khái niệm chung nhưng cách tiến hành khác nhau. Hướng thứ nhất là lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy, hướng thứ hai gọi là lý thuyết vật lý độ tin cậy. Đối tượng của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy là các phần tử tác dụng lẫn nhau đảm bảo khả năng làm việc theo sơ đồ logic: sơ đồ, cây hỏng hóc... Các dữ liệu ban đầu của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy thu được bằng con đường xử lý thống kê các kết quả thực nghiệm và các dữ liệu quá trình vận hành. Các bài toán lý thuyết

Tổng quan

toán (hệ thống) độ tin cậy được giải trong khuôn khổ lý thuyết xác suất và thống kê toán, nghĩa là không chú ý đến các mô hình vật lý hồng học hoặc các hiện tượng vật lý liên quan đến hồng học.

Dữ liệu lý thuyết vật lý độ tin cậy có thể tìm trong các công trình liên quan đến hệ số an toàn khi tính toán các kết cấu kỹ thuật. Đặc tính nổi bật của lý thuyết vật lý độ tin cậy là để duy trì khả năng làm việc hệ thống và hồng học xuất hiện là kết quả của sự tác dụng lẫn nhau của hệ thống và tác động từ bên ngoài (tải trọng vận hành, điều kiện môi trường làm việc...) và các quá trình cơ học, vật lý và hoá học xảy ra trong các phần tử hệ thống trong quá trình vận hành. Ngoại trừ lý thuyết toán xác suất thống kê, lý thuyết vật lý độ tin cậy còn sử dụng các mô hình và phương pháp của khoa học tự nhiên và kỹ thuật khác nhau.

Lĩnh vực ứng dụng chủ yếu của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy: tự động hóa, kỹ thuật điện, kỹ thuật máy tính, thông tin... Lĩnh vực ứng dụng chủ yếu của lý thuyết vật lý độ tin cậy: ngành xây dựng, ít hơn là trong ngành hàng không và tàu thủy, trong những năm gần đây được ứng dụng rộng rãi trong ngành chế tạo máy.

Hai hướng lý thuyết bổ sung cho nhau: các khái niệm lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy được đưa vào trong lý thuyết vật lý bằng các thuật ngữ mô hình vật lý tương ứng. Lý thuyết vật lý độ tin cậy xem như là phần mở rộng của lý thuyết toán và thêm vào các mô hình vật lý. Theo những kiến thức tích lũy về bản chất vật lý hồng học trong các hệ thống không cơ khí phạm vi ứng dụng của lý thuyết vật lý độ tin cậy ngày càng phổ biến hơn trong các lĩnh vực tự động hóa, kỹ thuật máy tính...

Trong các máy và hệ thống máy hiện đại bao gồm nhiều phần tử không cơ khí (điện, điện tử, công nghệ thông tin...). Khi đó cần phải sử dụng cả lý thuyết toán (hệ thống) và vật lý độ tin cậy. Các chỉ tiêu đánh giá độ tin cậy các chi tiết cơ khí và hệ thống cơ khí dựa trên cơ sở các mô hình vật lý, tuy nhiên để đánh giá độ tin cậy máy và hệ thống máy ta sử dụng các mô hình lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy thường xuyên hơn.

Mô hình độ tin cậy

Mô hình toán của lý thuyết độ tin cậy chia ra hai nhóm:

- Nhóm đầu tiên là mô hình cấu trúc, nó dựa trên sơ đồ logic tác dụng lẫn nhau của các phần tử hệ thống với mục đích đảm bảo khả năng làm việc hệ thống. Khi đó sử dụng thông tin thống kê về độ tin cậy các phần tử không chú ý đến tính chất vật lý của vật liệu, chi tiết và mối ghép, đến tải trọng ngoài và tác động lẫn nhau giữa chúng và đến cơ chế

Chương 1

tác dụng lẫn nhau giữa các phần tử. Mô hình cấu trúc biểu diễn dạng sơ đồ khối và biểu đồ (ví dụ cây sự cố), thông tin ban đầu được cho biết dưới dạng giá trị xác suất làm việc không hỏng các phần tử, cường độ hỏng..

- Nhóm mô hình toán khác của lý thuyết độ tin cậy là các quá trình cơ học, vật lý và các quá trình thực tế khác dẫn đến thay đổi tính chất đối tượng và các thành phần của chúng. Các mô hình như thế của cơ học kết cấu được ứng dụng rộng rãi khi thiết kế máy và kết cấu. Tác dụng qua lại động học và tải trọng của các chi tiết máy và kết cấu mang đặc tính phức tạp. Trạng thái các đối tượng này phụ thuộc đáng kể vào môi trường chung quanh, đặc tính và cường độ các quá trình vận hành. Để dự đoán được trạng thái chi tiết máy và các phần tử cần phải khảo sát các quá trình biến dạng, mài mòn, tích lũy hỏng hóc và phá hủy khi tải trọng thay đổi, ảnh hưởng nhiệt độ và các tác động khác. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau.

Máy và kết cấu như là hệ thống cơ khí

Máy và kết cấu máy được xem như là một hệ thống cơ khí. Các bài toán độ tin cậy lần đầu tiên được lập khi tính toán hệ thống cơ khí là giải thích thống kê hệ số an toàn và ứng suất cho phép. Trạng thái các đối tượng này phụ thuộc đáng kể vào môi trường chung quanh, đặc tính và cường độ các quá trình vận hành. Để dự đoán được trạng thái chi tiết máy và các phần tử cần phải khảo sát các quá trình biến dạng, mài mòn, tích lũy hỏng hóc và phá hủy khi tải trọng thay đổi, ảnh hưởng nhiệt độ và các tác động khác. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau. Để bàn luận về các chỉ tiêu không hỏng và độ bền lâu của đối tượng cần thiết phải biết các chỉ tiêu các phần tử riêng biệt. Máy và hệ thống máy được sản xuất đơn chiếc, các block và cụm máy rất to lớn và đắt tiền, do đó rất khó khăn để tích lũy các thông tin thống kê đáng tin cậy dựa trên thực nghiệm. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau.

Tình trạng hiện tại của cơ học vật liệu và kết cấu (lý thuyết đàn hồi và dẻo, cơ kết cấu, cơ học phá hủy...) và thậm chí các phương pháp ứng dụng để tính toán máy và kết cấu cho phép dự đoán tình trạng hệ thống cơ khí với mức độ tin cậy cao nếu như biết trước cơ tính vật liệu và

Tổng quan

tải trọng tác dụng. Trong tính toán độ tin cậy của hệ thống cơ khí thì cơ tính vật liệu và tải trọng ngoài tác dụng được xem là các đại lượng ngẫu nhiên, do đó trạng thái (tình trạng) của đối tượng cũng mang tính ngẫu nhiên. Yêu cầu tiêu chuẩn và điều kiện kỹ thuật vận hành làm hạn chế xác định các đại lượng này. Bài toán chủ yếu độ tin cậy – đánh giá xác suất làm việc không hỏng trong một khoảng thời gian nào đó dẫn đến bài toán quá trình ngẫu nhiên.

Nếu loại bỏ các nguyên nhân gây nên các hỏng hóc của máy và kết cấu do quá tải đột ngột, tác động thiên nhiên mà không kiểm soát được, lỗi nghiêm trọng khi thiết kế và vận hành thì tất cả các trường hợp khác đạt đến trạng thái giới hạn có thể phân thành 2 nhóm chính:

- Nhóm đầu tiên các trạng thái giới hạn đạt được là do tích lũy dần dần trong vật liệu các vết rạn nứt, dẫn đến sinh ra và phát triển các hỏng hóc lớn. Thông thường các vết nứt này sinh ra là do quá trình chế tạo không hoàn thiện, có sẵn trong chi tiết trước khi thực hiện chức năng. Nguyên nhân các đối tượng bị hỏng là do các vết hỏng này phát triển đến kích thước nguy hiểm (kích thước không mong muốn) và trong một số trường hợp dẫn đến tai nạn.
- Nhóm thứ hai: trạng thái giới hạn là do mòn bề mặt làm việc: bề mặt tiếp xúc giữa hai chi tiết hoặc với môi trường chung quanh.

Cơ sở lý thuyết để dự đoán các chỉ tiêu độ tin cậy do tích lũy và phát triển các vết hỏng là **cơ học phá hủy**. Các nghiên cứu về cơ học phá hủy tiến hành từ những năm 20 của thế kỷ trước, nhưng vài năm gần đây mới được quan tâm đặc biệt do các nguyên nhân:

- Trong thời gian dài các nhà thực nghiệm không hệ thống hoá và giải thích được các kết quả thực nghiệm vật liệu và kết cấu khi tác dụng tải trọng, nhiệt... Do đó cần thiết phải có cơ sở lý thuyết vững chắc để mô tả cơ học phá hủy.
- Mức độ kỹ thuật quan sát và đánh giá tình trạng làm việc khi vận hành và khi hỏng hóc được nâng cao.

Tóm lại, lý thuyết độ tin cậy là một môn học tổng hợp bao gồm các phần sau: Cơ sở toán của độ tin cậy, độ tin cậy theo các tiêu chuẩn hỏng hóc, tính toán và dự đoán độ tin cậy, các biện pháp để nâng cao độ tin cậy, tối ưu hóa, thử nghiệm độ tin cậy (thí nghiệm, kiểm tra thống kê, tổ chức quan sát ...) và chẩn đoán kỹ thuật độ tin cậy, nguyên lý phục hồi, kinh tế độ tin cậy... Lý thuyết độ tin cậy là môn cơ sở, kết hợp giữa các phương pháp cơ học vật liệu và kết cấu với lý thuyết quá trình ngẫu

nhiên tạo nên cơ sở của lý thuyết hiện đại: **độ tin cậy các hệ thống cơ khí hoặc lý thuyết độ tin cậy máy.**

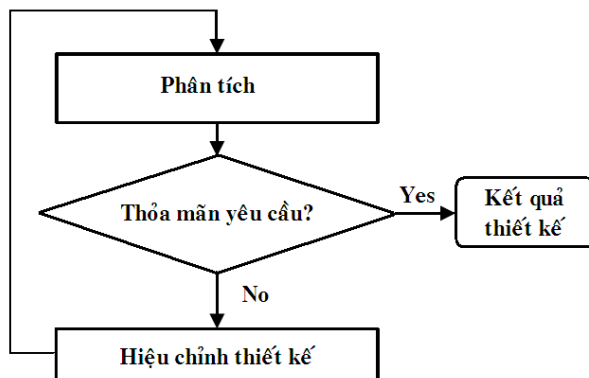
1.3 PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THEO ĐỘ TIN CẬY

Trong tính toán ta phân biệt tính toán thiết kế và phân tích. Phân tích độ tin cậy là một quá trình tìm hiểu và ước lượng sự ảnh hưởng tác động của độ không tin cậy của các biến đầu vào đối với các biến đầu ra. Chỉ khi hiểu rõ về vấn đề này thì người kỹ sư mới có thể xoay sở và làm giảm sự liên kết của những tác động về độ không tin cậy giữa các biến thiết kế đối với các biến đầu ra, bằng cách chọn lựa một cách phù hợp các biến thiết kế trong quá trình thiết kế. Theo một cách khác, thông qua quá trình phân tích độ tin cậy đối với một thiết kế nhất định nào đó người kỹ sư có thể ước lượng về mức độ thỏa mãn của thiết kế đó đối với tất cả các yêu cầu về độ tin cậy được đặt ra. Ví dụ người kỹ sư biết được rằng thiết kế đó có an toàn, có bền vững hay không và mức độ an toàn của thiết kế đó. Do vậy việc phân tích độ tin cậy là cần thiết và cấp bách trong quá trình thiết kế theo độ tin cậy.

Giữa tính toán thiết kế và phân tích có sự khác nhau:

Phân tích	Thiết kế
Quá trình giải quyết vấn đề	Quá trình ra quyết định
Lời giải cho vấn đề sẵn có	Lời giải cho vấn đề mới hoặc nhiều lời giải mới cho vấn đề sẵn có
Chỉ duy nhất một lời giải	Nhiều hơn một lời giải

Trong quá trình thiết kế gồm nhiều bước phân tích (hình 1.1). Ví dụ giải phương trình toán học là bài toán phân tích, nhưng xác định phương pháp để giải bài toán là bài toán thiết kế.



Hình 1.1 Thiết kế bao gồm phân tích

Tổng quan

Do sự phát triển công nghệ thông tin làm nâng cao khả năng tính toán và yêu cầu rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm, người kỹ sư thiết kế dựa vào các mô hình toán và mô phỏng ngày càng nhiều để đánh giá sản phẩm trước khi thực hiện mô hình vật lý cho sản phẩm đó. Các quyết định cho quá trình phát triển và chế tạo sản phẩm ngày càng dựa vào các mô hình mô phỏng thay vì sử dụng các thử nghiệm thực.

1.4 ĐỐI TƯỢNG ĐỘ TIN CẬY

Trong lý thuyết độ tin cậy ta khảo sát các đối tượng sau:

- **Sản phẩm:** Được sản xuất bởi xưởng hay nhà máy. Ví dụ: Ổ lăn, đai, bánh răng, máy công cụ, ô tô ...
- **Phần tử:** Là thành phần tạo nên sản phẩm, phần tử bao gồm nhiều chi tiết.
- **Hệ thống:** Tập hợp các phần tử hoạt động có ích dùng để thực hiện độc lập các chức năng đã cho.

Khái niệm phần tử và hệ thống chỉ là tương đối và phụ thuộc vào nhiệm vụ mà nó thực hiện. Ví dụ một máy bất kỳ khi đứng riêng có thể khảo sát như là một hệ thống bao gồm nhiều phần tử riêng biệt như: Các cơ cấu, các chi tiết ... nhưng nó có thể xem như là một phần tử nếu như khảo sát nó trong một dây chuyền tự động. Ví dụ kỹ sư ô tô xem động cơ, hộp số... là các phần tử của một ô tô, tuy nhiên nhà sản xuất động cơ lại xem động cơ là một hệ thống bao gồm nhiều phần tử như: piston, xéc măng, xi lanh, trục khuỷu...

Các sản phẩm được chia ra: **sản phẩm không phục hồi được** là những sản phẩm không thể phục hồi được bởi người sử dụng và cần phải thay thế, ví dụ như bóng đèn điện và điện tử, ổ lăn ... **Sản phẩm phục hồi được** là sản phẩm có thể phục hồi được bởi người sử dụng ví dụ như: máy công cụ, ô tô, máy hát ...

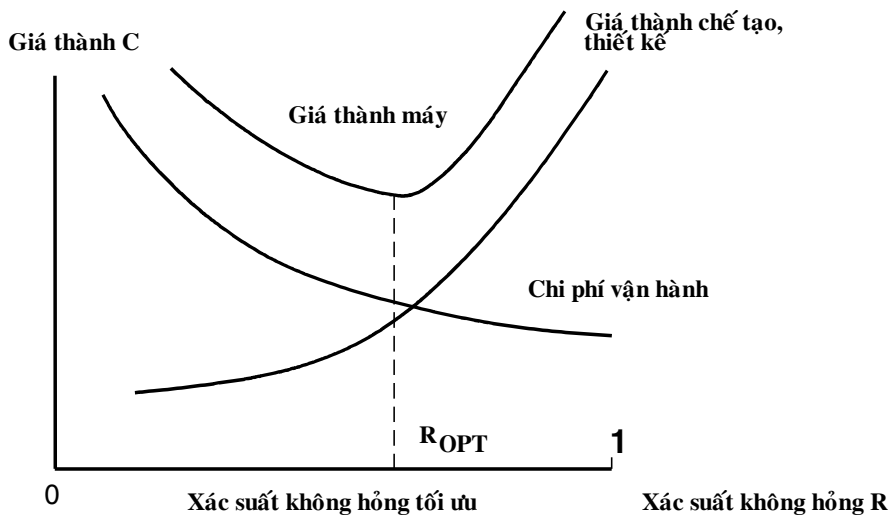
Hàng loạt các chi tiết không phục hồi được bởi người sử dụng như ổ lăn, nhưng có thể phục hồi được ở các nhà máy đặc biệt. Các sản phẩm phức tạp là phục hồi được bởi vì nó tạo thành từ nhiều phần tử, bởi vì chỉ vài chi tiết trong phần tử bị hỏng còn các chi tiết còn lại vẫn còn khả năng làm việc. Các sản phẩm đơn giản được chế tạo hàng loạt thông thường là các sản phẩm không phục hồi được.

Trong trường hợp các sản phẩm tiêu dùng như quạt điện, máy giặt, máy sấy quần áo, ti vi, ô tô... Tuổi thọ sản phẩm được định trong thời gian kiểm tra sản phẩm. Sau thời gian kiểm tra sản phẩm sẽ được

Chương 1

phân phối đến người tiêu dùng. Độ tin cậy sản phẩm liên quan đến giá thành sản phẩm. Người tiêu dùng mua các sản phẩm đồng thời họ cũng biết rằng các sản phẩm này sẽ hư hỏng theo thời gian. Mặc dù nhà sản xuất có đưa ra thời gian bảo hành cho sản phẩm trong giai đoạn sử dụng ban đầu, tuy nhiên nếu có nhiều sự hỏng hóc sẽ gây ra sự bất tiện cho người sử dụng và giá thành cao để sửa chữa cho các nhà sản xuất. Ngoài ra, nếu sản phẩm có nhiều hỏng hóc trong hoặc sau thời gian bảo hành sẽ làm giảm uy tín và ảnh hưởng đến việc kinh doanh của nhà sản xuất trong tương lai.

Mặt khác giá thành thiết kế và chế tạo tăng theo sự nâng cao độ tin cậy và chi phí vận hành của thiết bị có độ tin cậy cao giảm xuống, do đó ta phải tìm giá trị nhỏ nhất của chi phí tổng cộng (đồ thị hình 1.2).



Hình 1.2 Phụ thuộc giá thành vào độ tin cậy

1.5 LỊCH SỬ KỸ THUẬT ĐỘ TIN CẬY

Kỹ thuật độ tin cậy được tách ra thành môn học riêng tại Mỹ vào đầu những năm 1950. Sự phức tạp của các vấn đề phát sinh trong chiến tranh thế giới thứ II vào những năm 1940 đã dẫn đến sự phát triển của **lý thuyết độ tin cậy**. Trong thời gian này khoảng 60% thiết bị bay vận chuyển đến vùng Viễn Đông bị hỏng khi đến nơi. Khoảng 50% chi tiết dự trữ và thiết bị trong kho bị hỏng trước khi được sử dụng. Vào năm 1949 khoảng 70% các thiết bị điện tử thuộc hải quân không hoạt động tốt.

Vào năm 1950 lực lượng không quân Mỹ thành lập nhóm nghiên cứu về độ tin cậy các thiết bị điện tử. Vào tháng 8 năm 1952 nhóm tư

Tổng quan

vấn về độ tin cậy các thiết bị điện tử (AGREE – Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment) được thành lập và nhóm này đã đưa ra các tiêu chuẩn đầu tiên về độ tin cậy, trong đó việc kiểm tra độ tin cậy là bộ phận không thể tách rời khi phát triển sản phẩm mới. Thiết bị mới được đòi hỏi kiểm tra trong vòng nhiều giờ đồng hồ trên môi trường ứng suất cao, nhiệt độ thấp và cao, trong điều kiện được đỡ hoặc rung động. Ý tưởng này được sử dụng để phát hiện các thiếu sót thiết kế trong giai đoạn mà ta có thể sửa đổi chúng trước khi sản xuất sản phẩm hàng loạt.

Kết cấu cơ khí ngày càng trở nên phức tạp hơn và bắt đầu đặt ra những vấn đề khó khăn hơn đặc biệt trong các ứng dụng không gian và quân đội. Không giống như các thiết bị điện tử được sản xuất hàng loạt và các dữ liệu về hỏng hóc có thể biết trước được, các dữ liệu về độ tin cậy của các kết cấu cơ khí và công trình là rất hiếm hoi. Hướng nghiên cứu kết cấu theo độ an toàn được nghiên cứu vào năm 1929. Tương tự nghiên cứu về tuổi thọ mỏi của vật liệu và vấn đề liên quan về lý thuyết giá trị cực trị ứng dụng được đối với sức bền vật liệu và tải trọng bắt đầu vào giữa các năm 1930. Đóng góp vào bắt đầu giải quyết độ tin cậy các kết cấu tĩnh được thực hiện bởi Freudenthal và Pugsley. Sau đó khi nghiên cứu dao động các máy bay phản lực Birnbaum và Saunders đưa ra mô hình thống kê cho tuổi thọ của các kết cấu dưới tác dụng tải trọng động.

Trong khi nghiên cứu thiết kế máy và kết cấu trên cơ sở độ tin cậy ta tìm hiểu sự liên quan giữa các hỏng hóc cơ khí và kết cấu với số người thiệt mạng do các tai nạn này gây nên.

Bảng 1.1

Nguyên nhân	Số người thiệt mạng trên 1 triệu dân
Máy bay	9
Tàu hỏa	4
Giao thông trên nước	9
Giao thông trên bộ	300
Ngộ độc	20
Chiếu sáng	0,5
Hỏa hoạn	40
Máy móc, thiết bị	10
Hỏng hóc kết cấu	0,2

Các hỏng hóc máy và công trình gây ra thiệt hại không đáng kể về người, tuy nhiên gây thiệt hại lớn về kinh tế. Cho nên các nhà thiết kế cố gắng đạt được độ tin cậy cao đối với thiết bị và kết cấu công trình.

Chương 1

Thí dụ điển hình là vào mùa mưa bão năm 2000 giao thông đường bộ Nam Bắc nước ta bị gián đoạn hàng tháng do một đoạn đường trên đèo Hải Vân bị lở mà không có con đường dự trữ nào thay thế. Cầu Bình Điền hoặc cầu Bến Lức bị sự cố làm giao thông giữa các tỉnh miền Tây đến thành phố Hồ Chí Minh bị gián đoạn gây thiệt hại lớn về kinh tế. Sự cố nhà máy ga Dinh Cố không có đủ nguyên liệu do tàu Ba Vì bị nhỏ neo làm đời sống hàng ngày dân chúng cả nước ảnh hưởng do thiếu ga sinh hoạt... Nhiều tai nạn thương tâm xảy ra chỉ do một vài chi tiết trong máy không đảm bảo độ tin cậy.

1.6 QUẢN LÝ ĐỘ TIN CẬY

Độ tin cậy của hệ thống hoặc chi tiết không thể đạt được một cách ngẫu nhiên. Nó tích tụ được dần dần trong hệ thống hoặc chi tiết. Độ tin cậy thừa hưởng đặc tính của hệ thống, tương tự khả năng tải của hệ thống hoặc công suất danh nghĩa. Độ tin cậy cần xác định trong mỗi giai đoạn để phát triển sản phẩm hoặc hệ thống bao gồm: thiết kế, chế tạo, kiểm tra và vận hành. Trong giai đoạn thiết kế, phương pháp thiết kế đúng đắn liên quan đến các chi tiết, vật liệu, quá trình, dung sai... được lựa chọn đầy đủ. Các mục tiêu của giai đoạn này được đảm bảo rằng các trình tự thiết kế đã có từ lâu được ứng dụng, các vật liệu và quá trình đã biết được sử dụng và các lãnh vực không chắc chắn được đánh dấu để thực hiện sau đó. Sau khi các thiết bị chế tạo đã chuẩn bị sẵn sàng, kiểm tra cẩn thận một lần nữa kế hoạch, trình tự thực hiện và các dữ liệu đã chọn trong giai đoạn thiết kế. Trong quá trình chế tạo ta phải sử dụng các kỹ thuật kiểm tra chất lượng để đảm bảo chất lượng sản phẩm theo thiết kế. Ta tiến hành thêm các bước kiểm tra để loại trừ các chi tiết có chất lượng thấp. Các dữ liệu lựa chọn, phân tích và bảo dưỡng phòng ngừa và hiệu chỉnh được thực hiện trong suốt thời gian làm việc của sản phẩm. Độ tin cậy thực tế được so sánh với độ tin cậy dự đoán và nếu cần thiết ta tiến hành các bước hiệu chỉnh. Các dữ liệu này sẽ được sử dụng để phát triển các sản phẩm mới trong tương lai.

Trong nhiều trường hợp hệ thống được kiểm tra và bảo dưỡng bởi con người. Trong các trường hợp này độ tin cậy của người vận hành cần phải được xem xét khi đánh giá độ tin cậy của toàn bộ hệ thống. Nói chung, độ tin cậy của người vận hành cần phải hoàn thiện bằng việc thiết kế sự lắp ráp, thao tác, vận hành càng đơn giản càng tốt. Các nhân tố khác ảnh hưởng đến độ tin cậy của người vận hành là công tác đào tạo tốt, mức độ căng thẳng làm việc thấp và các vị trí các thiết bị đo và điều khiển hợp lý. Khi phát triển, thiết kế và chế tạo sản phẩm cần đảm bảo

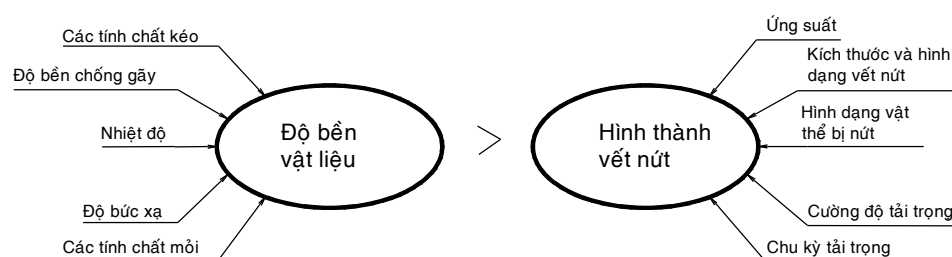
Tổng quan

tính pháp lý của sản phẩm để làm tăng trách nhiệm của nhà sản xuất khi có những sự vi phạm hoặc thiệt hại do sử dụng sản phẩm.

Độ tin cậy có thể dự đoán khi thử nghiệm sản phẩm trước khi hỏng hóc. Khi thử nghiệm càng nhiều thì độ tin cậy dự đoán càng chính xác. Do thử nghiệm đòi hỏi nhiều thời gian và chi phí, nên cần phải có sự dung hòa giữa thử nghiệm, độ tin cậy và giá thành sản phẩm. Do đó, để thực hiện và quản lý chương trình độ tin cậy toàn bộ cho sản phẩm cần phải có các kiến thức về phương pháp thiết kế, kinh tế, vấn đề giao diện hệ thống, kiểm tra chất lượng và kỹ thuật thử nghiệm và các nhân tố con người.

1.7 CÁC DẠNG HỎNG CHI TIẾT CƠ KHÍ VÀ KẾT CẤU

Đánh giá khả năng làm việc và độ tin cậy của các chi tiết máy và hệ thống dựa theo các dạng hỏng hóc (hình 1.3).



Độ tin cậy = Xác suất (Độ bền vật liệu > Tải trọng tạo các vết nứt)

Hình 1.3 Xác định độ tin cậy theo sự hình thành dạng hỏng

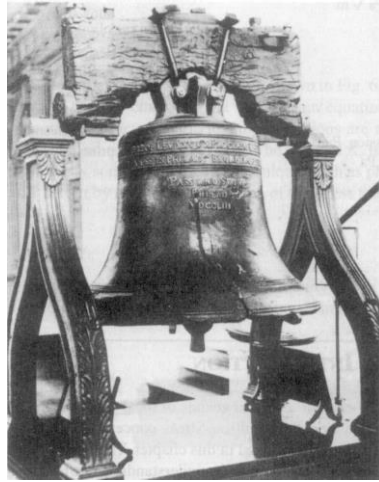
Tất cả các chi tiết cơ khí và kết cấu được gọi là hỏng khi nó không còn thực hiện được các chức năng theo yêu cầu. Một trong những nguyên nhân của hỏng hóc của chi tiết là cường độ và dạng của tải trọng tác dụng. Có các dạng tải trọng: tải trọng tĩnh, tải trọng động, tải trọng va đập (hình 1.4) và tải trọng thay đổi theo chu kỳ. Dưới tác dụng của các dạng tải trọng này ta có các dạng hỏng sau: uốn dọc, rão, nứt, nghiền, rách, nứt vỡ, trầy và mài mòn, tróc rỗ bề mặt... [17, 20, 29, 30, 32, 44, 45, 46, 51].

Một trong các nguyên nhân hỏng hóc khác là do rỉ hoặc ăn mòn hóa học bởi môi trường. Làm loãng, vết rỗ, lỗ hỏng, giòn do hydro và ăn mòn giữa các tinh thể là các dạng hỏng do rỉ (ăn mòn) gây nên. Thông thường các dạng hỏng thường xuất hiện đồng thời.

Chương 1

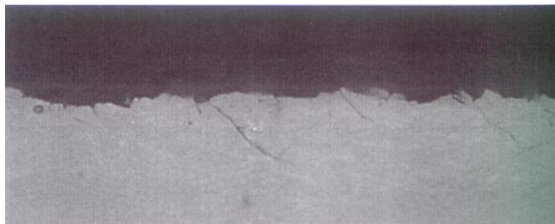
Nguyên nhân hỏng hóc được chia ra: nguyên nhân ngẫu nhiên và nguyên nhân hệ thống.

Nguyên nhân ngẫu nhiên: Quá tải không lường trước được, các vết hỏng của vật liệu và sai số chế tạo mà không được phát hiện khi kiểm tra sai sót của người điều hành hay là sự hỏng hóc hệ thống điều khiển.



Hình 1.4 Chuông bị nứt do tải trọng va đập gây nên

Nguyên nhân hệ thống: Theo các hiện tượng định sẵn, gây nên sự tích lũy từ các vết hỏng: sự ảnh hưởng của môi trường, thời gian, nhiệt độ, rỉ sét, lão hóa, mỏi, từ biến, mài mòn...



a) Vận tốc trượt lớn



b) Vận tốc trượt nhỏ

Hình 1.5 Các vết nứt tế vi trên bề mặt răng do ứng suất tiếp xúc

Tổng quan

Tương ứng với các nguyên nhân trên, với tính chất phát triển và sự xuất hiện các hỏng hóc được chia ra: **bất thường** (hỏng do quá tải, va đập, dính), **phát triển từ từ và xuất hiện bất ngờ** (phá hủy do mỏi, cháy bóng đèn, chập mạch do lão hóa vật cách điện) và **từ từ** (mài mòn, lão hóa, rỉ sét ...). Hỏng hóc bất ngờ nguy hiểm hơn hỏng hóc từ từ. Hỏng hóc từ từ là do các thông số vượt quá giới hạn cho phép trong quá trình vận hành.

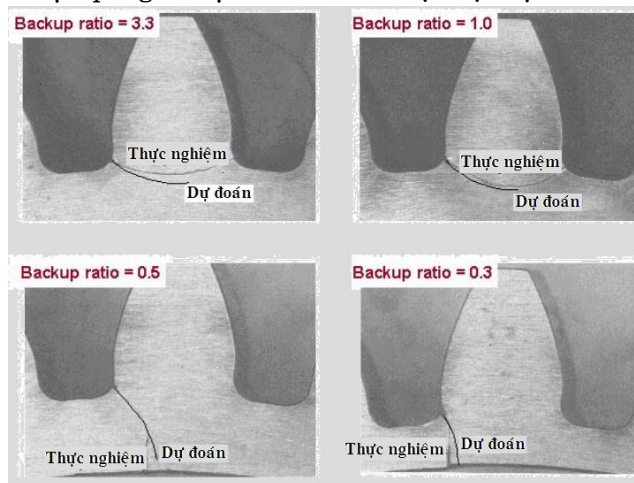
Theo nguyên nhân sinh ra hỏng hóc có thể chia ra: **kết cấu** (do thiếu sót kết cấu khi thiết kế), **công nghệ** (do vi phạm công nghệ gia công hoặc không hoàn thiện công nghệ) và **vận hành** (do vận hành không đúng).

Các hỏng hóc tương ứng với bản chất vật lý chia ra: phá hủy chi tiết hoặc là bề mặt của chúng (vỡ, tróc rỗ, mòn, gỉ, hóa già) hoặc không liên quan đến phá hủy (làm tắc ống dẫn nguyên liệu, làm tắc dầu bôi trơn trong các hệ thống thủy lực, làm yếu mối ghép, làm bẩn công tắc điện...). Với các chi tiết này ta phải thay thế hoặc điều chỉnh hoặc làm sạch chúng.

Để phân tích máy thành hệ thống ta sử dụng cấu trúc cây dạng hỏng (chương 9), do đó việc xác định các dạng hỏng chi tiết máy và từ đó suy ra chỉ tiêu tính thích hợp đóng vai trò quan trọng trong phân tích và thiết kế máy theo độ tin cậy.

Các dạng hỏng quan trọng được liệt kê dưới đây:

1. Hỏng hóc do tải trọng tĩnh gây nên. Khi ứng suất do tải trọng tĩnh gây nên vượt quá giới hạn bền thì các vật liệu bị nứt.

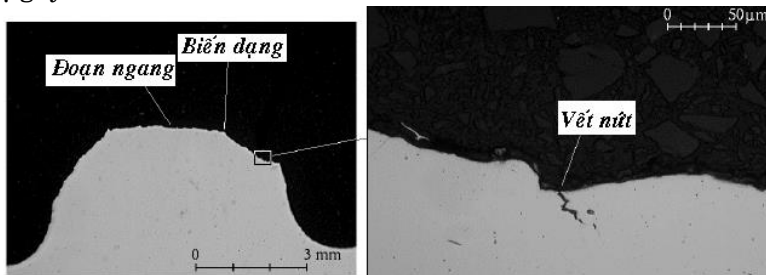


Hình 1.6 Gãy chân răng theo dự đoán và thực nghiệm

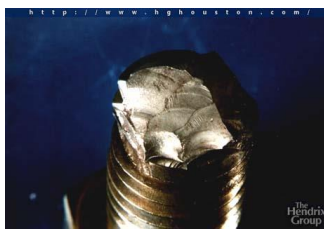
Chương 1

- Hồng học mỏi - Khi chịu tác dụng của tải trọng theo chu kỳ, vật liệu chi tiết bị nứt khi mà độ lớn của ứng suất thay đổi nhỏ hơn rất nhiều so với giá trị giới hạn chảy (hình 1.6).

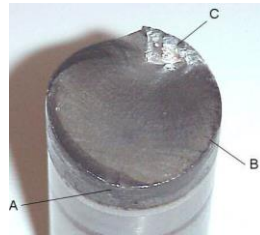
Các vết hồng bắt đầu bằng các vết nứt nhỏ xuất hiện tại những nơi có sự tập trung ứng suất và chúng phát triển thành các vết nứt lớn phá hỏng các chi tiết. Hồng học do mỏi chia làm hai giai đoạn: giai đoạn 1 được gọi là giai đoạn *hình thành các vết nứt*. Giai đoạn thứ hai được gọi là giai đoạn *phát triển khe nứt*. Nếu N được coi là số chu kỳ làm việc cho đến lúc hồng thì 60 đến 90% chu kỳ là nguyên nhân bắt đầu các vết nứt và 10 đến 40% chu kỳ phát triển các khe nứt. Các vết nứt do mỏi thông thường xuất hiện trên bề mặt của chi tiết khi mà ứng suất là lớn nhất. Nơi có khuyết tật vật liệu và các thớ được chống đỡ yếu nhất. Các vết xước bề mặt, các tạp chất, bọt khí, độ nhấp nhô bề mặt gia công, sự thay đổi tiết diện ngang, góc lượn, rãnh then và các lỗ là các vị trí tạo nên các vết nứt. Các vết nứt ban đầu quá nhỏ và rất khó khăn cho việc phát hiện bằng mắt thường hoặc bằng các phương pháp kiểm tra tiêu chuẩn. Một khi các vết nứt xuất hiện, tập trung ứng suất cục bộ trên bề mặt sẽ tác động đến sự phát triển của chúng. Đến một lúc nào đó tiết diện mặt cắt ngang giảm xuống đáng kể, ứng suất tăng lên và sự hồng học tức thời xuất hiện sẽ làm chi tiết bị hồng hoàn toàn. Hình 1.7 là các chi tiết máy bị gãy do mỏi.



a) Bánh răng



b) Bulông



c) Trục



Hình 1.7 Các dạng hồng do mỏi

- Hồng học do tróc rỗ bề mặt sinh ra khi các bề mặt trực tiếp tiếp xúc với nhau. Các vết nứt tế vi sinh ra trên các vùng có ứng suất tiếp xúc

Tổng quan

lớn hơn ứng suất tiếp xúc giới hạn. Lâu ngày các vết nứt này phát triển thành tróc (hình 1.8).



Hình 1.8 Hình thành dạng tróc rỗ bề mặt

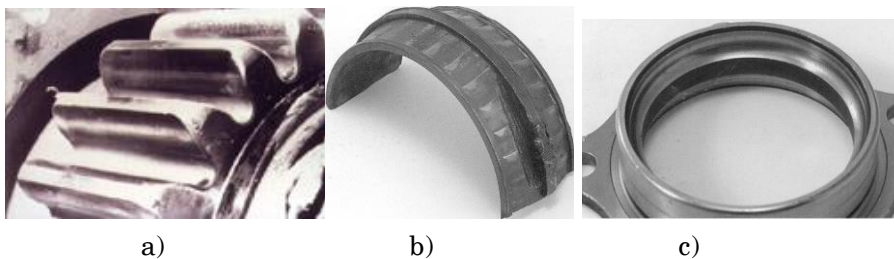
4. Hỏng hóc do rão. Rão thường xuất hiện trên những dòng ổn định kim loại dưới tác dụng của tải trọng lâu dài. Các vết hỏng do rão tiếp tục phát triển nếu như các biến dạng vượt quá mức cho phép hoặc xuất hiện các vết đứt.
5. Hỏng hóc do rỉ. Rỉ là sự hủy hoại bề mặt kim loại trong thời gian lưu kho hoặc vận hành dưới tác dụng của các phản ứng hóa học và điện hóa của vật liệu với môi trường ngoài.



Hình 1.9

Hỏng hóc do rỉ sẽ tăng tốc khi bề mặt có tải trọng tác dụng. Sự giòn do hydro, tính dẻo của kim loại được tăng lên là do sự hấp thụ hydro. Khi đó chi tiết bị gãy giòn dưới tác dụng của tải trọng tĩnh khi biến dạng nhỏ hoặc bị nứt dưới tác dụng của tải trọng va đập khi biến dạng lớn.

6. Hỏng hóc do mài mòn. Mòn xảy ra khi hai bề mặt làm việc tiếp xúc với nhau và trượt lên nhau. Mòn xuất hiện trên tất cả các dạng tiếp xúc: trượt, lăn và va đập (hình 1.10).



Hình 1.10 Các dạng hỏng do mòn

7. Độ không ổn định. Khi tải trọng ngoài tác dụng lên chi tiết vượt quá giá trị năng lượng biến dạng thì hệ thống sẽ bị mất ổn định và sinh ra các hiện tượng uốn dọc.

Trong thực tế trên một chi tiết có thể xuất hiện cùng một lúc nhiều dạng hỏng khác nhau.

1.8 TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU

Trong những năm gần đây phương pháp thiết kế xác suất được đặc biệt quan tâm. Phương pháp thiết kế xác suất bao gồm: thiết kế theo độ tin cậy, thiết kế bền vững và thiết kế 6 sigma. Trong phương pháp này ta nghiên cứu tính toán theo sự phân phối xác suất các đại lượng thiết kế, thay vì chỉ sử dụng các giá trị đơn định. Phương pháp thiết kế xác suất này đảm bảo độ tin cậy cho trước, an toàn, chất lượng và tính kinh tế sản phẩm.

Các nghiên cứu chia làm hai hướng chính: hướng thứ nhất nghiên cứu lý thuyết toán độ tin cậy và hướng thứ hai đi vào ứng dụng lý thuyết độ tin cậy để giải các bài toán thực tế.

Thông thường ta sử dụng ba loại phương pháp để tính toán độ tin cậy theo hàm trạng thái giới hạn:

- Phương pháp thứ nhất dựa trên cơ sở lấy mẫu thử ngẫu nhiên hay gọi là phương pháp mô phỏng Monte Carlo [8, 25, 31]. Khi mô phỏng số ta phải sử dụng một số lượng lớn các mẫu thử để đánh giá hàm trạng thái giới hạn và sau đó sử dụng các phương pháp thống kê thu được các đặc tính xác suất để phân tích độ tin cậy.
- Phương pháp dựa trên mô hình giải tích độ tin cậy kết cấu. Khi đó hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$ được xác định và sử dụng các phương pháp xấp xỉ để đánh giá độ tin cậy: phương pháp mômen thích hợp, phân tích trường hợp xấu nhất, phương pháp khai triển chuỗi Taylor bậc nhất (gọi tắt là FORM), tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất (gọi tắt là MPP), phương pháp khai triển chuỗi Taylor bậc hai (gọi tắt là SORM), phân tích ngược độ tin cậy, phân tích độ nhạy...
- Dạng phương pháp thứ ba là sử dụng mô hình thay thế để thay thế các hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$ bằng quy hoạch thực nghiệm. Nguyên nhân sử dụng phương pháp này là do sử dụng các hàm trạng thái giới hạn ban đầu (đối với các mô hình phức tạp) để đánh giá độ tin cậy tốn rất nhiều thời gian và công sức, do đó phải tìm mô hình khác đơn giản hơn để thay thế.

Phân tích và thiết kế máy và chi tiết máy trên cơ sở độ tin cậy chỉ được chú ý vào những năm gần đây.

CHƯƠNG 2

HÀM PHÂN PHỐI CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Trong tính toán độ tin cậy các đại lượng được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên. Các sự hỏng hóc bất ngờ được xác định bằng các sự kết hợp không thuận lợi ngẫu nhiên của nhiều nhân tố. Tính ngẫu nhiên liên quan đến các nguyên nhân của các sự kiện, mà các sự kiện này là bí mật đối với chúng ta. Phân tán tuổi thọ, theo tiêu chuẩn bền mỏi (đánh giá theo tỉ số giữa tuổi thọ cao nhất và thấp nhất) đối với ổ lăn 40, đối với bộ truyền bánh răng 10÷15. Phân tán tuổi thọ theo độ bền mòn cũng rất lớn.

Có nhiều dạng hàm ngẫu nhiên để diễn tả sự phân phối của các đại lượng ngẫu nhiên độc lập hoặc phân tán. Chúng ta chọn dạng hàm phân phối ngẫu nhiên phụ thuộc vào:

1. Bản chất của vấn đề.
2. Các giả thuyết cơ bản liên quan đến phân phối.
3. Hình dáng đồ thị giữa hàm phân phối $F(x)$, hàm mật độ phân phối $f(x)$ theo x thu được sau khi vẽ đồ thị dựa vào các dữ liệu sẵn có.
4. Sự thuận tiện và đơn giản được tạo bởi sự phân phối cho các lần tính toán sau đó.

Sau đây chúng tôi xin giới thiệu các đại lượng ngẫu nhiên và vài dạng phân phối điển hình được sử dụng trong tính toán thiết kế kỹ thuật.

Trong tài liệu này chúng tôi giới thiệu các mô hình toán để mô tả độ tin cậy của các phần tử và hệ thống. Các mô hình toán bao gồm 4 hàm xác suất liên quan: hàm độ tin cậy $R(x)$, hàm phân phối tích lũy $F(x)$, hàm mật độ phân phối $f(x)$ và hàm cường độ hỏng $h(x)$ với x là đại lượng ngẫu nhiên. Ta có thể sử dụng chúng để tính toán độ tin cậy. Ngoài các hàm trên ta còn sử dụng các đại lượng khác nhau như: thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng, điểm phân vị của phân phối hỏng...

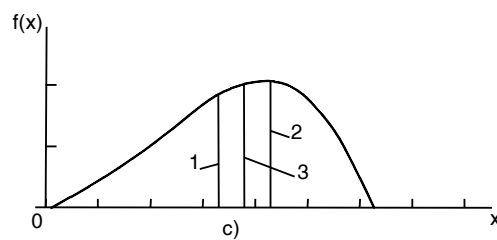
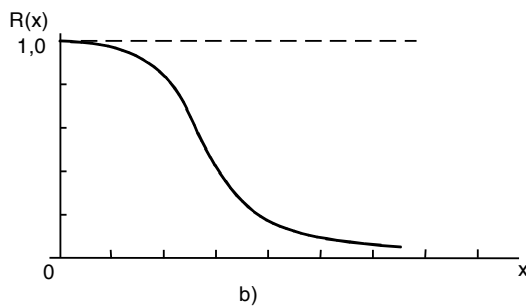
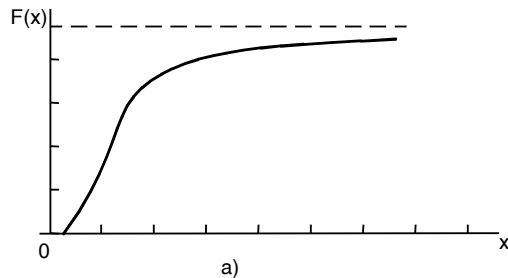
2.1 CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Sự phân tán đáng kể của các đại lượng trong tính toán thiết kế theo các chỉ tiêu về khả năng làm việc bao gồm:

- Tải trọng tác động.
- Các đặc tính cơ của vật liệu và chi tiết.
- Dung sai kích thước nhận được trong quá trình chế tạo các chi tiết lắp ghép (lắp có khe hở và độ dôi)...

Do đó trong tính toán độ tin cậy các tham số được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên, giá trị của chúng có thể thay đổi trong một miền mà ta không thể biết trước cụ thể được. Các đại lượng này có thể là rời rạc hoặc liên tục.

Đối với mỗi số hạng x trong miền thay đổi của đại lượng ngẫu nhiên X tồn tại một xác suất xác định $P(X < x)$ sao cho X không vượt quá x . Sự phụ thuộc $P(X < x) = F(x)$ được gọi là **hàm phân phối** hoặc **hàm xác suất tích lũy** của đại lượng ngẫu nhiên X (hình 2.1a).



Hàm phân phối..

Hình 2.1 a) Hàm phân phối tích lũy $F(x)$; b) Hàm độ tin cậy; c) Hàm mật độ xác suất $f(x)$ và các đặc trưng số của tâm nhóm đại lượng ngẫu nhiên: 1- Điểm trung vị, 2- Mốt; 3- Kỳ vọng toán.

Hàm số $F(x)$ là hàm số không giảm (tăng đơn điệu đối với quá trình liên tục và tăng theo bậc đối với quá trình rời rạc). Trong giới hạn của đại lượng ngẫu nhiên X nó thay đổi từ 0 đến 1.

Đạo hàm của hàm phân phối theo x : $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ được gọi là **mật độ**

phân phối (hình 2.1c). Nó đặc trưng tần số lặp lại của giá trị cho trước của đại lượng ngẫu nhiên. Trong các bài toán độ tin cậy nó được sử dụng rộng rãi như là mật độ xác suất.

Đặc trưng một cách tương đối đầy đủ phân phối đại lượng ngẫu nhiên bằng các đại lượng số (hình 2.1c). Kỳ vọng toán (giá trị trung bình), mốt và điểm trung vị, đặc trưng bởi vị trí các điểm tâm nhóm các đại lượng ngẫu nhiên theo trục số. Phương sai, sai lệch bình phương trung bình, hệ số biến phân, đặc trưng sự phân phối đại lượng ngẫu nhiên.

Các đặc trưng được sử dụng trong luận thuyết thống kê (để xử lý các kết quả quan sát) và trong luận thuyết xác suất (để lý giải dự đoán độ tin cậy).

Kỳ vọng toán (giá trị trung bình) m_x - là đặc tính chủ yếu và đơn giản nhất của đại lượng ngẫu nhiên X . Giá trị kỳ vọng toán theo kết quả quan sát đối với các đại lượng rời rạc cũng như liên tục được gọi là **ước lượng** kỳ vọng toán hoặc **ước lượng** giá trị trung bình \bar{x} .

$$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{N} \text{ hoặc } \sum \frac{p_i x_i}{N} \quad (2.1)$$

trong đó: N - tổng số các quan sát; x_i - giá trị đại lượng ngẫu nhiên; p_i - số các giá trị x_i giống nhau.

Trong công thức đầu tiên ta xác định tổng của phần tử, trong trường hợp thứ hai p_i các phần tử với các giá trị x_i giống nhau. Khi số quan sát (thử nghiệm) đủ lớn ta có $m_x = \bar{x}$.

Trong các bài toán xác suất người ta xác định **kỳ vọng toán** theo sự phụ thuộc vào mật độ phân phối $f(x)$ (đối với các giá trị liên tục) hoặc xác suất p_i xuất hiện giá trị x_i (đối với các đại lượng phân tán).

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx ; \quad m_x = \sum p_i x_i \quad (2.2)$$

Phương sai đại lượng ngẫu nhiên - kỳ vọng toán của bình phương các sai lệch đại lượng ngẫu nhiên này so với kỳ vọng toán của nó.

Ước lượng phương sai đại lượng ngẫu nhiên - giá trị trung bình bình phương hiệu số giữa giá trị đại lượng ngẫu nhiên và giá trị trung bình của chúng:

$$D_x^* = \frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{hoặc} \quad \frac{1}{N-1} \sum g_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3)$$

Thuật ngữ "phương sai" có nghĩa là độ phân tán và đặc trưng bởi độ tản mạn (phân tán) đại lượng ngẫu nhiên.

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên liên tục:

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx \quad (2.4)$$

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên phân tán:

$$D_x = \sum (x_i - m_x)^2 p_i \quad (2.5)$$

Phương sai có thứ nguyên bằng bình phương đại lượng ngẫu nhiên. Để sử dụng thuận tiện hơn đặc trưng độ phân tán có cùng thứ nguyên với đại lượng ngẫu nhiên, người ta thường sử dụng đặc trưng là **sai lệch bình phương trung bình** là căn bậc hai của phương sai:

$$S_x = \sqrt{D_x} \quad (2.6)$$

Để đánh giá độ phân tán nhờ vào một đại lượng không thứ nguyên người ta sử dụng **hệ số biến phân** bằng tỉ số giữa sai lệch bình phương trung bình và kỳ vọng toán, tức là:

$$v_x = \frac{S_x}{m_x} \quad (2.7)$$

Phương sai và sai lệch bình phương trung bình đặc trưng độ phân tán điển hình hơn các đại lượng khác như giá trị trung bình các đại lượng ngẫu nhiên.

Điểm phân vị được gọi là giá trị của đại lượng ngẫu nhiên tương ứng với xác suất cho trước.

Điểm phân vị tương ứng với xác suất 0,5 được gọi là điểm **trung vị**. Điểm trung vị đặc trưng cho vị trí của tâm nhóm đại lượng ngẫu nhiên. Diện tích đồ thị hàm mật độ phân phối được chia bởi trung vị thành hai phần bằng nhau (hình 2.1).

Để đặc trưng cho độ phân tán đại lượng ngẫu nhiên người ta sử dụng thêm sai lệch xác suất, bằng một nửa hiệu các điểm phân vị $x_{0,75}$ và

Hàm phân phối..

$x_{0,25}$ tức là giá trị đại lượng ngẫu nhiên tương ứng với xác suất 0,75 và 0,25.

Mốt đại lượng ngẫu nhiên được gọi là giá trị khi mà mật độ xác suất lớn nhất.

Các đại lượng điểm trung vị và **mốt**, tương tự như các đại lượng vừa kể, được chuyển thành các thuật ngữ trong luận thuyết thống kê. Đối với các phân phối đối xứng (phân phối chuẩn) thì kỳ vọng toán, **mốt** và **điểm trung vị** trùng nhau.

2.2 CÁC SỰ PHỤ THUỘC CHỦ YẾU

Độ phân tán đáng kể các thông số chủ yếu độ tin cậy định trước sự cần thiết phải khảo sát chúng theo quan điểm xác suất.

Như đã trình bày trong phần ví dụ các đặc trưng phân phối, các thông số độ tin cậy được sử dụng trong **luận thuyết thống kê để ước lượng trạng thái** và trong luận thuyết **xác suất để dự đoán**. Các thông số thứ nhất biểu diễn bởi các số rời rạc, trong lý thuyết thống kê và lý thuyết dự đoán độ tin cậy gọi là **ước lượng**. Khi số lượng các thử nghiệm lớn thì chúng được xem như là các **đặc trưng thật** của độ tin cậy.

Ta khảo sát số lượng lớn N các chi tiết trong thời gian thử nghiệm hoặc vận hành t để đánh giá độ tin cậy. Giả sử đến cuối thời gian t thử nghiệm hoặc vận hành còn lại $N_s(t)$ chi tiết còn khả năng làm việc và $N_f(t)$ chi tiết hỏng. Khi đó số lượng tương đối các chi tiết hỏng:

$$F(t) = \frac{N_f(t)}{N} \quad (2.8)$$

Nếu thử nghiệm được tiến hành một cách có chọn lọc thì $F(t)$ có thể được khảo sát như là **ước lượng thống kê các xác suất hỏng** hoặc nếu N tương đối lớn là **xác suất hỏng**.

Nếu trong trường hợp khi cần thiết nhấn mạnh sự khác nhau của ước lượng xác suất với giá trị xác suất thật thì ước lượng sẽ được ký hiệu thêm một dấu *, có nghĩa là $F^*(t)$.

Xác suất làm việc không hỏng hoặc gọi là hàm độ tin cậy (hình 2.1b) được đánh giá bằng số lượng tương đối các chi tiết còn khả năng làm việc:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N} \quad (2.9)$$

Vì hỏng và không hỏng là hai hiện tượng đối nghịch nhau, do đó tổng xác suất của chúng bằng 1:

$$R(t) + F(t) = 1 \quad (2.10)$$

Từ sự phụ thuộc trên ta suy ra:

Khi $t = 0$; $n = 0$; $F(t) = 0$ và $R(t) = 1$

Khi $t = \infty$; $n = N$; $F(t) = 1$ và $R(t) = 0$

Phần tử hỏng theo thời gian được đặc trưng bởi hàm mật độ phân phối hỏng $f(t)$.

Theo luận thuyết thống kê:

$$f(t) = \frac{\Delta N_f}{N \Delta t} = \frac{\Delta F(t)}{\Delta(t)} \quad (2.11)$$

Theo luận thuyết xác suất:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (2.12)$$

trong đó: ΔN_f và $\Delta F(t)$ - số gia các chi tiết hỏng và tương ứng là xác suất hỏng trong thời gian Δt .

Xác suất hỏng và làm việc không hỏng theo hàm phân phối $f(t)$ được biểu diễn bằng sự phụ thuộc sau:

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \text{ khi } t = \infty \text{ thì } F(t) = \int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \quad (2.13)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt, \text{ khi } t = \infty \text{ thì } R(t) = 0 \quad (2.14)$$

Bảng 2.1 Quan hệ giữa các hàm đánh giá độ tin cậy

Hàm	R(t)	F(t)	f(t)	h(t)
R(t)	-	1 - F(t)	$1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt$	$e^{-\int_0^t h(t)dt}$
F(t)	1 - R(t)	-	$\int_0^t f(t)dt$	$1 - e^{-\int_0^t h(t)dt}$
f(t)	$-\frac{dR(t)}{dt}$	$\frac{dF(t)}{dt}$	-	$h(t) e^{-\int_0^t h(t)dt}$
h(t)	$-\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$	$\frac{1}{1-F(t)} \frac{dF(t)}{dt}$	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)dt}$	-

Ví dụ 2.1

Hàm mật độ phân phối của đại lượng ngẫu nhiên T là thời gian cho đến lúc hỏng (tính bằng giờ) của máy nén có dạng:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{0,001}{(0,001t + 1)^2} & t \geq 0 \\ 0 & \text{khi } t < 0 \end{cases}$$

Hàm phân phối..

Hãy tìm độ tin cậy sau 100 h làm việc.

Giải:

$$R(t) = \int_t^{\infty} \frac{0,001}{(0,001t'+1)^2} dt' = \frac{-1}{(0,001t'+1)} \Big|_t^{\infty} = \frac{1}{(0,001t+1)}$$

$$\text{Và } F(t) = 1 - R(t) = 1 - \frac{1}{(0,001t+1)} = \frac{0,001t}{(0,001t+1)}$$

Độ tin cậy sau 100h làm việc:

$$R(100) = \frac{1}{(0,001 \cdot 100 + 1)} = 0,909$$

Thời gian thiết kế là thời gian làm việc cho đến lúc hỏng t_R tương ứng với xác suất làm việc không hỏng R được xác định theo điều kiện $R(t_R) = R$. Ví dụ xác định thời gian làm việc cho đến lúc hỏng để độ tin cậy đạt được giá trị $R = 0,95$.

$$R(t_R) = \frac{1}{(0,001t_R + 1)} = 0,95$$

Từ đây suy ra:

$$t_R = 1000 \left(\frac{1}{0,95} - 1 \right) = 52,6 \text{ h}$$

Xác suất hỏng trong khoảng thời gian (t_1, t_2) có thể xác định theo công thức sau:

$$P(t_1 \leq T \leq t_2) = F(t_2) - F(t_1) = R(t_1) - R(t_2) = \int_a^b f(t) dt \quad (2.15)$$

Theo ví dụ 2.1 ta tính xác suất hỏng trong khoảng thời gian từ 30 đến 120 h theo công thức sau:

$$\begin{aligned} P(30 \leq T \leq 120) &= F(120) - F(30) = R(30) - R(120) \\ &= \frac{1}{(0,001 \cdot 30 + 1)} - \frac{1}{(0,001 \cdot 120 + 1)} = 0,077075 \end{aligned}$$

2.3 HÀM CƯỜNG ĐỘ HỎNG

Tiến hành thử nghiệm các phần tử giống nhau với cùng điều kiện làm việc như nhau. Giả sử gọi N là tổng số phần tử giống nhau được thử nghiệm, $N_s(t)$ số các phần tử còn khả năng làm việc tại thời điểm t , và $N_f(t)$ là số các phần tử bị hỏng trong thời gian t . Nếu tiếp tục thử nghiệm thì số các phần tử còn khả năng làm việc sẽ ngày càng ít đi và số phần tử hỏng hóc sẽ tăng lên. Khi đó độ tin cậy của phần tử tại thời điểm t được xác định theo công thức:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N} = \frac{N - N_f(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N} \quad (2.16)$$

Khi N không đổi thì:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N} \frac{dN_f(t)}{dt} = -f(t) \quad (2.17)$$

Cường độ hỏng hoặc còn gọi là **hàm may rủi** hoặc **cường độ may rủi**, ký hiệu là $h(t)$. Khác với mật độ phân phối, cường độ hỏng $h(t)$ được so sánh với số các chi tiết N_s còn khả năng làm việc mà không phải với tổng số các chi tiết. Tương ứng trong luận thuyết thống kê:

$$h(t) = \frac{\Delta N_f}{N_s \Delta t}$$

và trong luận thuyết xác suất tính đến $R(t) = \frac{N_s}{N}$ ta có:

$$h(t) = \frac{1}{N_s} \frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{N}{N_s} \frac{dN_f(t)}{Ndt} = -\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.18)$$

Từ đây suy ra sự liên hệ giữa xác suất làm việc không hỏng và cường độ hỏng $h(t)$:

$$\frac{dR(t)}{R(t)} = -h(t)dt, \text{ suy ra } \ln R(t) = -\int_0^t h(t)dt$$

hoặc:
$$R(t) = e^{-\int_0^t h(t)dt} \quad (2.19)$$

Biểu thức này là một trong các **phương trình chủ yếu của lý thuyết độ tin cậy**.

Cường độ hỏng còn có thể biểu diễn theo quan điểm hàm phân phối xác suất của tuổi thọ của phần tử. Hàm phân phối của tuổi thọ hoặc thời gian hỏng T của phần tử được xác định bởi:

$$F_T(t) = \int_0^t f_T(x)dx \quad (2.20)$$

Độ tin cậy của phần tử được xác định theo công thức:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F_T(t) = e^{-\int_0^t h(x)dx} \quad (2.21)$$

Hoặc
$$\ln[1 - F_T(t)] = -\int_0^t h(x)dx$$

Bảng 2.2 Cường độ hỏng của một số chi tiết máy và sản phẩm

Chi tiết	Cường độ hỏng trên 1 giờ	Hệ thống	Cường độ hỏng trên 1000 h
Bulông, trục	2.10^{-10}	Máy nén ly tâm	$1,5.10^{-4}$
Vòng đệm	5.10^{-7}	Máy phát diesel	$1,2-5.10^{-3}$
Mối hàn ống	5.10^{-7}	Tủ lạnh gia đình	$4-6.10^{-5}$
Ống nhựa	4.10^{-5}	Máy tính lớn	$4-8.10^{-3}$

Hàm phân phối..

Van	$2 \cdot 10^{-6}$	Máy tính cá nhân Tấm mạch in	$2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}$ $7 \cdot 10 \cdot 10^{-8}$
-----	-------------------	---------------------------------	---

Lấy đạo hàm hai vế, ta thu được:

$$-\frac{f_T(t)}{1-F_T(t)} = -h(t)$$

nghĩa là:
$$h(t) = \frac{f_T(t)}{R(t)} = \frac{f_T(t)}{1-F_T(t)} \quad (2.22)$$

Trong công thức trên để đơn giản ta thay thế $f_T(t)$ và $F_T(t)$ bằng $f(t)$ và $F(t)$ tương ứng là hàm mật độ xác suất và hàm phân phối của T.

Trên bảng 2.2 trình bày cường độ hỏng trung bình của các chi tiết và hệ thống khác nhau.

2.4 HÀM PHÂN PHỐI ĐỀU

Với đại lượng ngẫu nhiên được phân phối đều thì mật độ phân phối có giá trị không đổi trên đoạn (a,b). Hàm mật độ phân phối có dạng sau:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq t \leq b \\ 0 & \text{khí } t < a; t > b \end{cases} \quad (2.23)$$

với a và b xác định giới hạn trên và dưới đại lượng ngẫu nhiên.

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình xác định theo công thức sau:

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{a+b}{2} \\ S_t^2 &= \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned} \quad (2.24)$$

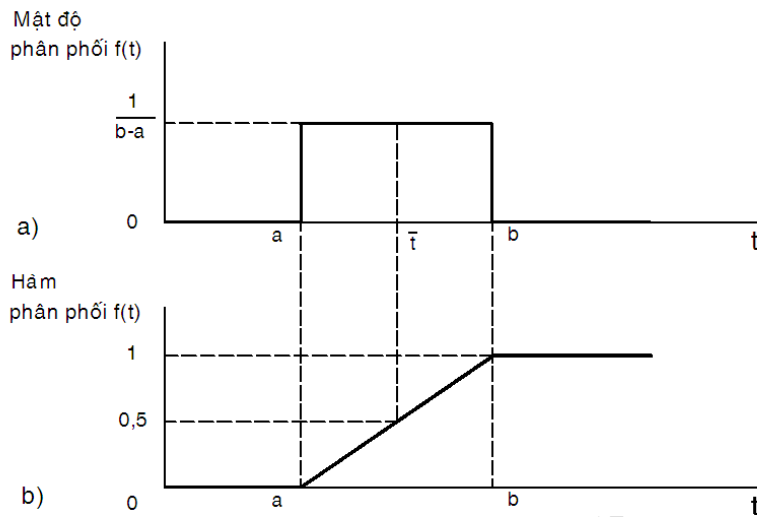
Ví dụ 2.2

Giới hạn bền của gang liên hệ với độ rắn bề mặt đo bằng phương pháp Brinell như sau:

$$\sigma_b = 1,6HB - 86,18 \quad (\text{MPa})$$

Nếu HB phân phối đều với giá trị nằm trong khoảng $140 \div 150$, xác định hàm mật độ xác suất của σ_b .

Giải:



Hình 2.2 Phân phối đều

Vì HB phân phối đều trên khoảng $140 \div 150$, do đó σ_b sẽ phân phối đều trên khoảng $137,82 \div 153,82$.

Khi đó hàm mật độ xác suất:

$$f(\sigma_b) = \begin{cases} 0,0625 & 137,82 \text{MPa} \leq \sigma_b \leq 153,82 \text{MPa} \\ 0 & \text{khi } \sigma_b < 137,82; \sigma_b > 153,82 \end{cases}$$

2.5 HÀM PHÂN PHỐI MŨ

Trong giai đoạn vận hành bình thường (làm việc ổn định) của thiết bị thì các hỏng hóc dần dần chưa xảy ra và độ tin cậy được đặc trưng bởi các hỏng hóc bất ngờ. Các hỏng hóc này được gây nên bởi sự kết hợp nhiều yếu tố không thuận lợi do đó có cường độ không đổi:

$$h(t) = \lambda = \text{const} \quad (2.25)$$

trong đó $\lambda = \frac{1}{m_t}$ với m_t - thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng

(thông thường tính bằng giờ).

Giá trị λ biểu diễn số hỏng hóc trong 1 giờ và có giá trị rất nhỏ.

Hàm độ tin cậy (xác suất làm việc không hỏng):

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t} \quad (2.26)$$

Chúng tuân theo quy luật phân phối mũ thời gian làm việc không hỏng và giống nhau trong mỗi đoạn thời gian trong giai đoạn vận hành bình thường.

Hàm phân phối..

Hàm số phân phối dạng mũ có thể xấp xỉ thời gian làm việc không hỏng cho đa số các chi tiết: các máy móc quan trọng làm việc trong thời gian làm việc ổn định, các chi tiết thiết bị điện tử, các máy với sự thay thế liên tục các chi tiết hỏng, máy móc với các hệ thống truyền động thủy lực và điện và các hệ thống điều khiển; các đối tượng phức tạp, cấu tạo từ nhiều chi tiết (khi mà hỏng hóc mỗi chi tiết không ảnh hưởng đến toàn bộ hệ thống).

Ta dẫn ra các ví dụ sự kết hợp điều kiện làm việc không thuận lợi của các chi tiết máy gây nên hiện tượng hỏng hóc bất ngờ (gãy). Với bộ truyền bánh răng có thể xảy ra khi chịu tác dụng tải trọng quá tải tác dụng trên răng yếu nhất khi đang ăn khớp tại đỉnh răng, cùng lúc đó do sai số chế tạo trên vòng ăn khớp chỉ có một đôi răng ăn khớp. Trường hợp này chỉ có thể xảy ra trong thời gian nhiều năm vận hành hoặc hoàn toàn không xảy ra.

Ví dụ kết hợp các điều kiện làm việc không thuận lợi gây nên hiện tượng gãy trục có thể xảy ra khi tác dụng của tải trọng "lớn nhất" tại vị trí mà trục chịu tải trọng có tiết diện bé nhất trong mặt phẳng tải trọng.

Nếu $\lambda t \leq 0,1$ thì công thức đối với xác suất làm việc không hỏng được rút gọn bằng kết quả của việc phân tích chúng ra dạng dãy:

$$R(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda t \quad (2.27)$$

Mật độ phân phối:

$$f(t) = - \frac{dR(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.28)$$

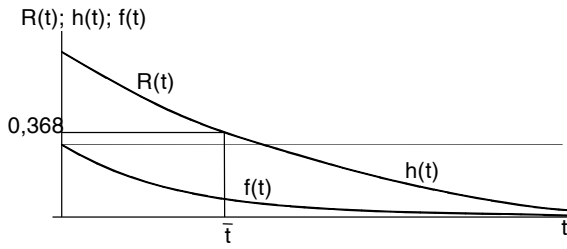
Giá trị xác suất làm việc không hỏng (hình 2.3) phụ thuộc vào:

$$\lambda(t)t \approx \frac{t}{m_t}$$

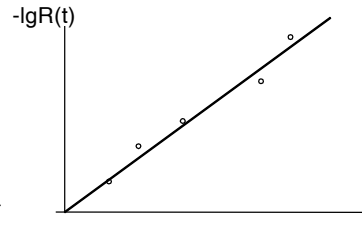
Sự quan hệ giữa $\lambda(t)t$ và $R(t)$ cho trong bảng sau:

$\lambda(t)t$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$R(t)$	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Khi $\frac{t}{m_t} = 1$ xác suất $R(t) = 0,368$, tức là 63,3% hỏng hóc xuất hiện trong thời gian $t < m_t$ và chỉ 36,7% xuất hiện sau đó. Do đó, từ bảng số liệu trên để đảm bảo xác suất làm việc không hỏng 0,9 hoặc 0,99 thì ta sử dụng chỉ một tỉ số nhỏ thời gian phục vụ trung bình (tương ứng 0,1 và 0,01).



Hình 2.3 Hàm xác suất không hỏng $R(t)$, mật độ xác suất $f(t)$ và cường độ hỏng $\lambda(t)$



Hình 2.4 Xác định xác suất không hỏng theo kết quả thực nghiệm bằng đồ thị

Nếu sự làm việc các chi tiết xảy ra ở các chế độ khác nhau và do cường độ hỏng λ_1 (theo thời gian t_1) và λ_2 (theo thời gian t_2) thì:

$$R(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)} \quad (2.29)$$

Sự phụ thuộc này nhận được bằng phép nhân xác suất. Để xác định trên cơ sở các thực nghiệm cường độ hỏng người ta ước lượng thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng:

$$m_t \approx \lambda \bar{t} = \frac{1}{N} \sum t_i \quad (2.30)$$

trong đó N - tổng số các quan sát.

Khi đó:
$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}} \quad (2.31)$$

Có thể sử dụng phương pháp đồ thị (hình 2.4) để đưa ra điểm thực nghiệm theo tọa độ t và $-\lg R(t)$. Dấu trừ được chọn vì $R(t) < 1$, do đó $\lg R(t)$ là đại lượng âm.

Khi đó lấy logarit biểu thức đối với xác suất làm việc không hỏng.

$$\lg R(t) = -\lambda t \lg e = -0,4343\lambda t \quad (2.32)$$

Do đó góc nghiêng đường thẳng đi qua các điểm thực nghiệm:

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,4343\lambda \text{ từ đó } \lambda = 2,3 \operatorname{tg} \alpha \quad (2.33)$$

Theo phương pháp này ta không cần thiết phải tiến hành đến cuối thử nghiệm tất cả các mẫu thử (chỉ cần hai điểm)

Sử dụng quy luật phân phối theo hàm mũ ta có thể dễ dàng xác định trung bình các chi tiết bị hỏng trong một thời gian đã cho và trung bình các chi tiết N_s còn khả năng làm việc. Khi $\lambda t \leq 0,1$:

$$n \approx N\lambda t; \quad N_s \approx N(1 - \lambda t) \quad (2.34)$$

Ví dụ 2.3

Hàm phân phối..

Xác định xác suất $R(t)$ không xảy ra các hỏng hóc bất thường của cơ cấu trong thời gian $t = 10000h$ nếu cường độ hỏng $\lambda = \frac{1}{m_t} = \frac{1}{10^8 h}$.

Giải:

Bởi vì $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0,1$ ta sử dụng sự phụ thuộc gần đúng:

$$R(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$$

Tính toán theo sự phụ thuộc chính xác $R(t) = e^{-\lambda t}$ trong giới hạn bốn số thập phân có kết quả tương tự.

2.6 HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN

Đối với giai đoạn hỏng hóc dần dần cần thiết phải có các quy luật phân phối thời gian làm việc không hỏng, theo quy luật này đầu tiên có mật độ phân phối thấp, sau đó đạt đến giá trị lớn nhất và tiếp tục là giảm dần liên quan đến sự giảm số các phần tử còn khả năng làm việc.

Liên quan đến sự đa dạng của các nguyên nhân và điều kiện phát sinh các hỏng hóc, trong giai đoạn này để mô tả độ tin cậy người ta sử dụng một vài quy luật phân phối thu được bằng con đường xấp xỉ các kết quả thử nghiệm hay quan sát trong quá trình vận hành.

Quy luật phân phối chuẩn là quy luật phổ biến và thuận tiện nhất và được sử dụng phổ biến nhất trong tính toán (xem hình 2.5, 2.6).

Phân phối luôn luôn tuân theo quy luật chuẩn nếu như ảnh hưởng đến sự thay đổi đại lượng ngẫu nhiên là các nhân tố gần như cùng giá trị. Thời gian cho đến lúc hỏng của nhiều chi tiết phục hồi hoặc không phục hồi được tuân theo quy luật phân phối chuẩn. Ngoài ra, kích thước và độ bền của các chi tiết cũng tuân theo quy luật này.

Hàm mật độ phân phối:

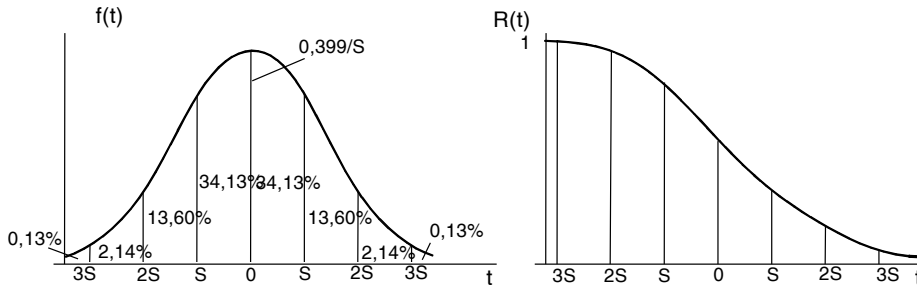
$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}} \quad (2.35)$$

Phân phối có hai tham số độc lập: kỳ vọng toán m_t và sai lệch bình phương trung bình S . Người ta ước lượng giá trị các tham số m_t và S theo kết quả thực nghiệm theo công thức:

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{\sum t_i}{N} \quad (2.36)$$

$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (2.37)$$

trong đó: \bar{t} và S - ước lượng kỳ vọng toán và sai lệch bình phương trung bình.



Hình 2.5 Hàm mật độ phân phối và hàm độ tin cậy phân phối chuẩn

Sự xấp xỉ giữa các tham số và các ước lượng của chúng được tăng lên với việc tăng số mẫu thực nghiệm. Đôi khi thuận tiện hơn khi dựa trên phương sai $D = S^2$.

Kỳ vọng toán xác định trên đồ thị (hình 2.5) vị trí đường cong và sai lệch bình phương trung bình - chiều rộng đường cong. Khi S càng nhỏ thì đường cong mật độ phân phối càng nhọn và cao hơn. Nó thay đổi từ $t = -\infty$ đến $t = +\infty$. Tuy nhiên nó không đáng kể khi nằm ngoài khoảng $(m_t - 3S, m_t + 3S)$, bởi vì xác suất hống khoảng thời gian đến $m_t - 3S$ chỉ bằng 0,14% và thông thường được bỏ qua khi tính toán. Xác suất hống đến $m_t - 2S$ bằng 2,175%. Giá trị lớn nhất của tung độ đường cong mật độ phân phối bằng 0,399/S.

Hàm tích phân của phân phối là hàm xác suất hống:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t)dt \quad (2.38)$$

Xác suất làm việc không hống được xác định tương ứng:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (2.39)$$

Người ta thay thế việc tính tích phân bằng cách sử dụng bảng tra. Các bảng tra đối với phân phối chuẩn của hàm số theo $(\bar{t} - m_t)$ và S rất phức tạp vì có hai tham số độc lập. Có thể thay thế bằng các bảng tra phân phối chuẩn, mà khi đó $m_x = 0$ và $S_x = 1$. Đối với phân phối này hàm mật độ phân phối:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.40)$$

chỉ có một biến số x . Đại lượng x là đại lượng trung tâm bởi vì $m_x = 0$ và chuẩn hóa $S_x = 1$. Hàm mật độ phân phối được viết trong tọa độ tương đối với gốc tọa độ trên trục đối xứng đường cong.

Hàm phân phối..

Hàm phân phối - tích phân của mật độ phân phối.

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx \quad (2.41)$$

$$\text{Suy ra: } F_0(-x) = - \int_{\infty}^x f_0(x) dx = \int_x^{\infty} f_0(x) dx \quad (2.42)$$

Từ phương trình này ta suy ra rằng:

$$F_0(x) + F_0(-x) = 1, \text{ từ đây } F_0(-x) = 1 - F_0(x) \quad (2.43)$$

Để sử dụng bảng ta sử dụng sự thay thế $x = \frac{t - m_t}{S}$; khi đó x được gọi là điểm phân vị của phân phối chuẩn hóa và được ký hiệu là z_1 .

Mật độ phân phối và xác suất làm việc không hỏng tương ứng:

$$f(t) = \frac{f_0(x)}{S} \quad (2.44)$$

$$F(t) = F_0(x); R(t) = 1 - F_0(x) \quad (2.45)$$

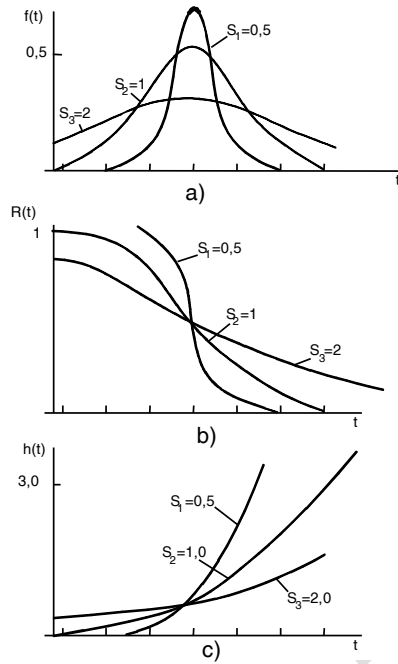
Trong đó một số giá trị $f_0(x)$ và $F_0(x)$ được lấy từ bảng 2.3.

Bảng 2.3

X	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5000	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

Thông thường sử dụng hàm số Laplace thay cho hàm số tích phân phân phối.

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (2.46)$$



Hình 2.6 Các đặc trưng chủ yếu phân phối chuẩn khi các giá trị khác nhau của các sai lệch bình phương trung bình: a) Mật độ xác suất $f(t)$; b) Xác suất làm việc không hỏng $R(t)$; c) Cường độ hỏng $h(t)$

So sánh các chi tiết với cùng thời gian làm việc cho đến lúc hỏng với các giá trị sai lệch bình phương trung bình S khác nhau, cần thiết phải nhấn mạnh rằng mặc dầu giá trị S lớn vẫn có các chi tiết có tuổi thọ cao, nhưng giá trị S càng nhỏ thì chi tiết có chất lượng càng cao.

Ngoài bài toán ước lượng xác suất làm việc không hỏng trong thời gian làm việc cho trước, tồn tại bài toán ngược - xác định thời gian làm việc tương ứng với xác suất làm việc không hỏng cho trước.

Người ta xác định giá trị của thời gian làm việc nhờ vào điểm phân vị của phân phối chuẩn chuẩn hóa $t = m_t + z_1 S$.

Giá trị điểm phân vị được đưa ra trong bảng 2.4 phụ thuộc vào xác suất theo yêu cầu, cụ thể là xác suất làm việc không hỏng.

Bảng 2.4

$R(t)$	0,50	0,90	0,95	0,99	0,999	0,9999
z_1	0,000	1,282	1,645	2,326	3,090	3,719

Các phép toán với phân phối chuẩn đơn giản hơn các phân phối khác, do đó người ta thường thay thế các phân phối khác bởi phân phối chuẩn. Khi giá trị biến phân $v = \frac{S}{m_t}$ nhỏ thì phân phối chuẩn thay thế

tốt bởi các phân phối đa thức Poisson và phân phối logarit chuẩn.

Hàm phân phối..

Ví dụ 2.4

Ước lượng xác suất làm việc không hỏng $R(t)$ trong thời gian $t=1,5 \cdot 10^4$ h của mỗi ghép bị mòn nếu tuổi thọ theo độ mòn tuân theo quy luật phân phối chuẩn với các tham số $m_t=4 \cdot 10^4$ h và $S=10^4$ h.

Giải:

Ta tìm điểm phân vị:

$$z_1 = \frac{1,5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = -2,5$$

Từ đó suy ra $R(t) = 0,9938$.

Ví dụ 2.5

Thử nghiệm tiến hành khảo sát tuổi thọ 100 bộ thắng xe ô tô khác nhau thu được giá trị $m_t= 56669,5$ km và sai lệch chuẩn $S = 12393,5$ km. Giả sử tuổi thọ tuân theo qui luật phân phối chuẩn. Tìm xác suất hỏng thắng xe khi $t \leq 50000$ km.

Giải:

$$\text{Điểm phân vị: } z_1 = \frac{t - m_t}{S} = \frac{50000 - 56667,5}{12393,64} = -0,5381$$

Theo phụ lục 1:

$$\begin{aligned} F(t) &= P(z < -0,5181) = 1 - P(z < 0,5391) \\ &= 1 - 0,7054 = 0,2946 \end{aligned}$$

Ví dụ 2.6

Ước lượng tuổi thọ $t_{0,8}$ xác suất không hỏng 80% của bánh xích xe kéo. Biết rằng tuổi thọ bánh xích được giới hạn theo độ mòn, tuân theo quy luật phân phối chuẩn với các tham số $m_t = 10^4$ h, $S=6 \cdot 10^4$ h.

Giải:

Khi $R(t) = 0,8$; $z_1=-0,84$

$$t_{0,8}=m_t+ z_1S=10^4-0,84 \cdot 6 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^3 \text{h.}$$

Ví dụ 2.7

Một nhà máy tự động sản xuất ổ bi. Đường kính trung bình con lăn là $\bar{d} = 6,38048$ mm. Sai lệch bình phương trung bình đường kính con lăn $S_d= 0,3175$ mm. Kích thước phân phối theo qui luật chuẩn. Xác định:

- Xác suất đường kính con lăn $d \leq 6,35$ mm.
- Xác suất đường kính nằm trong khoảng 6,53796 và 6,38048 mm.

Giải:

a) Xác định điểm phân vị chuẩn:

$$z = \frac{x - m_x}{S_x} \approx \frac{6,35 - 6,38048}{0,3175} = -0,096$$

Chương 2

Tra phụ lục 1 ta có $P(z < -0,09) = 0,4641$ và $P(z < -0,10) = 0,4602$. Nội suy khi $z = -0,096$ ta có $R = 0,4618$. Do đó 46,18% đường kính con lăn nhỏ hơn 6,35 mm.

b) Khi $d = 6,38048$ mm ta có $z = \frac{x - m_x}{S_x} \approx \frac{6,38048 - 6,38048}{0,3175} = 0$ tương ứng

$R = 0,50000$.

Khi $d = 6,53796$ mm ta có $z = \frac{x - m_x}{S_x} \approx \frac{6,53796 - 6,38048}{0,3175} = 0,50$

tương ứng $R = 0,6915$.

Do đó xác suất kích thước đường kính nằm trong khoảng 6,53796 và 6,38048 là $0,6915 - 0,5000 = 0,1915$ hoặc 19,15%.

2.7 HÀM PHÂN PHỐI LOGARIT CHUẨN

Nếu logarit của đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn thì đại lượng ngẫu nhiên đó được phân phối logarit chuẩn. Do phân phối các đại lượng dương, chúng chính xác hơn quy luật phân phối chuẩn khi mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng các chi tiết theo độ bền mỏi. Ngoài ra, chúng có thể được sử dụng để mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của ổ lăn, đèn điện tử và các chi tiết khác.

Quy luật phân phối logarit chuẩn thuận tiện sử dụng cho các đại lượng ngẫu nhiên, là tích của số lượng đáng kể các đại lượng ngẫu nhiên. Tương tự như phân phối chuẩn sử dụng thuận tiện cho tổng các đại lượng ngẫu nhiên.

Nếu $x = \ln t$ tuân theo qui luật phân phối chuẩn:

$$f(x) = \frac{1}{S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - m_x)^2}{2S_x^2}} \quad (2.47)$$

thì mật độ phân phối (hình 2.7) của t là phân phối logarit chuẩn và được mô tả theo sự phụ thuộc sau:

$$f(t) = \frac{1}{t S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - m_x)^2}{2S_x^2}} \quad (2.48)$$

trong đó: m_x và S_x - các tham số được ước lượng theo kết quả thực nghiệm.

Khi thử nghiệm N chi tiết cho đến lúc hỏng:

$$m_x \approx \mu^* = \frac{\sum \ln t_i}{N}; S_x \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (\ln t_i - \mu^*)^2} \quad (2.49)$$

Hàm phân phối..

trong đó: μ^* và s - ước lượng các tham số m_x và S_x .

Xác suất làm việc không hỏng có thể xác định theo bảng đối với phân phối chuẩn (bảng 2.1) phụ thuộc vào giá trị điểm phân vị.

$$z_1 = \frac{(\ln t - m_x)}{S_x} \quad (2.50)$$

Giá trị trung bình thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$m_t = e^{m_x + S_x^2/2} \quad (2.51)$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_t = \sqrt{e^{2m_x + S_x^2} (e^{S_x^2} - 1)} \quad (2.52)$$

Từ hai công thức trên suy ra:

$$S_x^2 = \ln \left[\left(\frac{S_t}{m_t} \right)^2 + 1 \right] \quad \text{và} \quad m_x = \ln m_t - \frac{1}{2} S_x^2 \quad (2.53)$$

Hệ số biến phân:

$$v_x = \frac{S_t}{m_t} = \sqrt{e^{S_x^2} - 1} \quad (2.54)$$

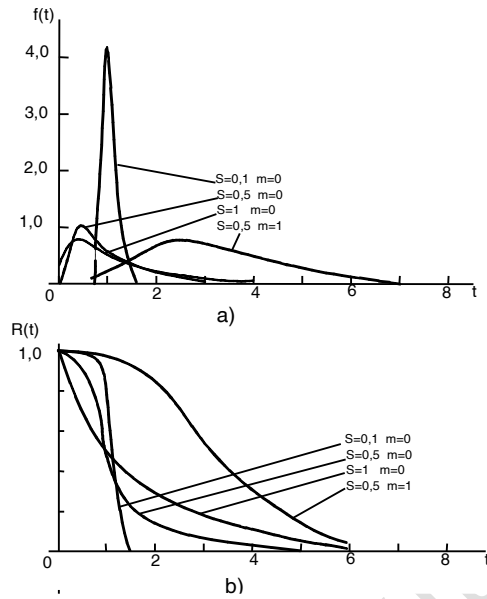
Khi $v_t \leq 0,3$ người ta đặt $v_t \approx S_x$, khi đó sai số $\leq 1\%$.

Thông thường người ta biểu diễn sự phụ thuộc phân phối logarit chuẩn theo logarit cơ số 10 ($x = \lg(t)$).

$$f(t) = \frac{0,4343}{t S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2S_x^2}} \quad (2.55)$$

Với các tham số $\lg t_0$ và S xác định theo kết quả thực nghiệm:

$$\lg t_0 \approx \lg t_0^* = \frac{\sum \lg t_i}{N} ; S_x \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (\lg t_i - \lg t_0^*)^2} \quad (2.56)$$



Hình 2.7 Đặc trưng chủ yếu của phân phối logarit chuẩn với các tham số khác nhau: a) Mật độ phân $f(t)$; b) Xác suất làm việc không hỏng $R(t)$

Kỳ vọng toán m_t , sai lệch bình phương trung bình S_t và hệ số biến phân v_t thời gian làm việc cho đến lúc hỏng tương ứng sẽ bằng:

$$m_t = t_0 e^{2,651S_x^2} \quad (2.57)$$

$$S_t = m_t \sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1} \quad (2.58)$$

$$v_t = \sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1} \quad (2.59)$$

Khi $v_t \leq 0,3$ chọn $v_t \approx 2,3S$.

Ví dụ 2.8

Thử nghiệm tiến hành khảo sát tuổi thọ 100 bộ phanh xe ô tô khác nhau (như ví dụ 4) thu được giá trị $m_t = 56669,5$ km và sai lệch chuẩn $S = 12393,5$ km. Giả sử tuổi thọ tuân theo qui luật phân phối logarit chuẩn. Tìm xác suất hỏng của phanh xe khi $t \leq 50000$ km.

Giải:

Đầu tiên ta xác định các giá trị S_x và m_x :

$$S_x^2 = \ln \left[\left(\frac{S_t}{m_t} \right)^2 + 1 \right] = \ln \left[\left(\frac{12393,64}{56669,5} \right)^2 + 1 \right] = 0,0467$$

Hàm phân phối..

$$\text{và } m_x = \ln m_t - \frac{1}{2} S_x^2 = \ln(56668,5) - \frac{0,0467}{2} = 10,9450 - 0,0234 = 10,9216$$

Điểm phân vị z_1 được xác định theo công thức:

$$z_1 = \frac{(\ln t - m_x)}{S_x} = \frac{(\ln 50000 - 10,9216)}{0,2162} = -0,4710$$

Xác suất hỏng $F(t)$ theo phụ lục 1:

$$\begin{aligned} F(t) &= P(t < 50000) = P(z < -0,4710) = 1 - P(z < -0,4710) \\ &= 1 - 0,6808 = 0,3192 \end{aligned}$$

Ví dụ 2.9

Đánh giá xác suất $R(t)$ không xuất hiện các vết hỏng do mỏi của trục trong thời gian $t = 10^4$ h, nếu tuổi thọ phân phối theo quy luật logarit chuẩn với các tham số $\lg t_0 = 4,5$; $S_x = 0,25$.

Giải:

$$R(t) = F_0 \left(\frac{\lg t - \lg t_0}{S_x} \right) = F_0 \left(\frac{\lg 10^4 - 4,5}{0,25} \right) = 0,9772$$

2.8 HÀM PHÂN PHỐI WEIBULL

Cùng với quy luật phân phối logarit chuẩn, hàm phân bố Weibull thỏa mãn hoàn toàn việc mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của chi tiết theo phá hủy mỏi, thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của ổ lăn, đèn điện tử... Hàm phân phối Weibull được sử dụng để ước lượng độ tin cậy các chi tiết và cụm chi tiết, cụ thể là ô tô, thiết bị nâng chuyển và các máy móc khác. Ngoài ra nó còn được sử dụng để ước lượng độ tin cậy theo các hỏng hóc trong quá trình chạy rà.

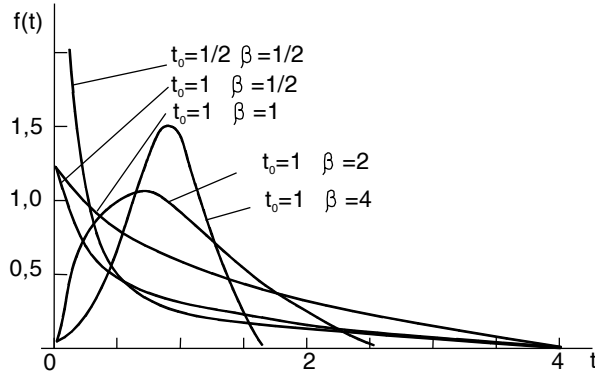
Hàm phân phối Weibull ba tham số cho thời gian hỏng t có dạng:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^\beta}; \quad t \geq t_0 \quad (2.60)$$

trong đó: t_0 là giá trị có thể có nhỏ nhất của t ($t \geq 0$); θ là tham số tỉ lệ ($\theta \geq t_0$) và β là tham số hình dạng ($\beta > 0$) là ba tham số của phân phối.

Nếu tuổi thọ nhỏ nhất t_0 ta lấy bằng 0 thì phương trình (2.60) trở thành hàm phân phối Weibull hai tham số:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta} \quad (2.61)$$



Hình 2.8 Hàm mật độ phân phối Weibull

Phương trình (2.60) có thể viết dưới dạng:

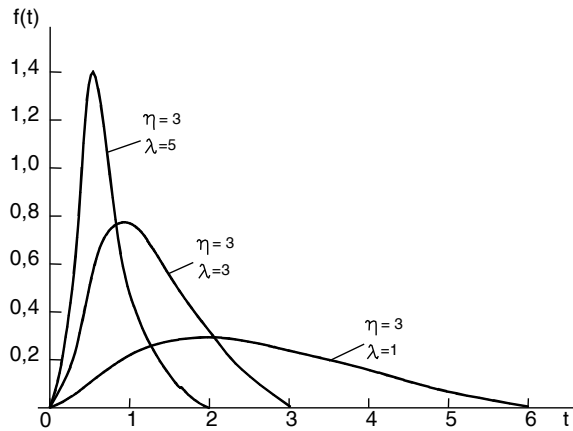
$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^\beta} \quad (2.62)$$

Hàm mật độ phân phối hồng (hình 2.8):

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta-t_0} \left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^\beta}; \quad t \geq t_0 \quad (2.63)$$

2.9 HÀM PHÂN PHỐI GAMMA

Hàm phân phối Gamma hai tham số sử dụng để mô tả các biến ngẫu nhiên được giới hạn ở một đầu.



Hình 2.9 Hàm mật độ phân phối Gamma

Hàm phân phối có dạng:

$$f(t) = \frac{\lambda^\eta t^{\eta-1} e^{-\lambda t}}{\Gamma(\eta)}; \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad \eta > 0 \quad (2.64)$$

Hàm phân phối..

trong đó: $\Gamma(\eta)$ - hàm Gamma $\Gamma(\eta) = \int_0^{\infty} t^{\eta-1} e^{-t} dt$; η - tham số hình dạng; λ -

tham số tỉ lệ.

Tùy thuộc vào các giá trị của hệ số hình dạng η và hệ số tỉ lệ λ ta có các đường cong phân bố khác nhau như hình 2.9. Phân phối χ^2 và phân phối mũ là các trường hợp đặc biệt của phân phối Gamma.

2.10 BÀI TẬP

2.1 Hàm số mật độ phân phối $f(x)$ tuổi thọ mỗi của mỗi ghép ren được xác định bởi:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-600}{10000} & \text{với } 600 \leq x \leq 700 \\ \frac{800-x}{10000} & \text{với } 700 < x < 800 \end{cases}$$

Tìm hàm phân phối (xác suất phân phối) $F(x_n)$ và hàm mật độ phân phối $f(x_n)$ tương ứng với độ bền mỗi lớn nhất của n mỗi ghép ren. Vẽ đồ thị hàm $F(x_n)$ và $f(x_n)$ với $n=1, 10$ và 20 .

2.2 Giới hạn bền của gang liên hệ với độ rắn bề mặt đo bằng phương pháp Brinell như sau:

$$\sigma_b = 1,6HB - 8,6 \quad (\text{MPa})$$

Nếu HB phân phối đều với giá trị nằm trong khoảng 140 đến 150, xác định hàm mật độ phân phối của σ_b .

2.3 Tỷ số lực căng trên bộ truyền đai $r = e^{f\alpha}$ với f là hệ số ma sát và α là góc ôm giữa đai và bánh đai. Tìm hàm mật độ phân phối của r khi f được phân phối đều trong khoảng 0,2 đến 0,3 và $\alpha = 3$ rad.

2.4 Tìm hàm mật độ phân phối của $x = \sin\theta$ với θ phân phối đều trên khoảng $-\pi$ đến $+\pi$.

2.5 Tìm hàm mật độ phân phối của $y = \sqrt{x}$ khi hàm mật độ phân phối của x được xác định:

$$f_X(x) = e^{-x} \text{ với } x \geq 0$$

2.6 Mật độ phân phối của hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập được xác định:

$$f_{X_i}(x_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i x_i} & \text{khi } x_i \geq 0 \\ 0 & \text{khi } x_i < 0 \end{cases}$$

với $i = 1, 2$. Tìm hàm mật độ phân phối của đại lượng:

$$Y = 3x_1 + 5x_2$$

CHƯƠNG 3

CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN TRONG TÍNH TOÁN

Khi phân tích và thiết kế các kết cấu cơ khí và xây dựng theo độ bền thì ba đại lượng ảnh hưởng chủ yếu: kích thước hoặc hình dạng hình học của chi tiết, độ bền vật liệu và tải trọng tác dụng.

Kích thước chi tiết phụ thuộc vào độ chính xác máy công cụ, phụ thuộc vào tay nghề gia công của công nhân, nên luôn luôn có sai số và chúng ta gọi là dung sai.

Sự phân tán có tính vật liệu (ứng suất giới hạn chi tiết) là do: không đồng nhất về thành phần hóa học trong vật liệu, hình dạng hình học chi tiết và do vật liệu chế tạo từ các quá trình khác nhau hoặc trong các thiết bị khác nhau (gọi chung là điều kiện gia công)

Ngoài ra, **tải trọng tác dụng** ảnh hưởng đến độ bền chi tiết. Như ta đã biết tải trọng bao gồm tải trọng tĩnh và tải trọng động, tải trọng va đập, tải trọng do môi trường: gió, động đất, tuyết ... Thành phần tải trọng tác dụng chia làm tải trọng không đổi và tải trọng thay đổi tác động lên chi tiết.

Trong chương này lần lượt ta khảo sát các đại lượng ngẫu nhiên kể trên.

3.1 KÍCH THƯỚC HÌNH HỌC CHI TIẾT

3.1.1 Sai lệch kích thước các chi tiết

Trong thiết kế có khi các thông số hình học như đường kính trục, đường kính mũi khoan, biên dạng bánh răng và cam, khoảng cách giữa các trục ... có vai trò rất quan trọng. Trong quá trình gia công các chi tiết thì các kích thước này luôn luôn thay đổi chung quanh một giá trị mà ta gọi là danh nghĩa (kích thước dựa theo chức năng). Khi đó, ta đo kích thước thực của chi tiết và giá trị này luôn nằm trong một khoảng giá trị nào đó và được giới hạn bởi kích thước giới hạn.

Tùy vào phương pháp gia công ta có các khoảng sai lệch khác nhau:

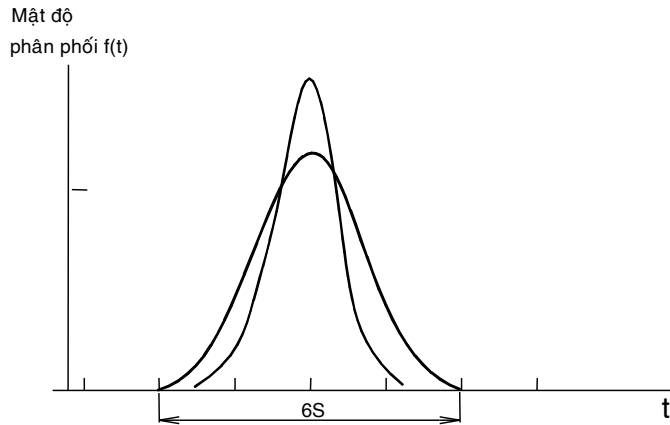
Phương pháp	Phay	Khoan	Mài bóng
Sai lệch	$\pm 0,025$ mm	$\pm 0,050$ mm	$\pm 0,0051$ mm

Chương 3

Thông thường ta khảo sát kích thước hình học chi tiết là một đại lượng ngẫu nhiên và phân phối theo quy luật chuẩn (hình 3.1):

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t - m_t)^2}{2S^2}} \quad (3.1)$$

Khi $t = m_t$, suy ra $f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} = 0,339/S$

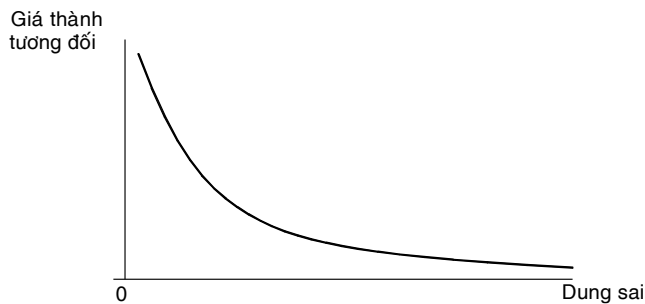


Hình 3.1 Hàm mật độ phân phối kích thước

Khi S càng nhỏ thì $f(t)$ càng lớn: kích thước có sai lệch nhỏ. Khi S càng lớn thì $f(t)$ càng nhỏ: kích thước có sai lệch lớn.

Giá thành gia công chi tiết phụ thuộc vào dung sai (hình 3.2).

	Gia công thô	Mài thô	Mài tinh
Dung sai	$\pm 0,75\text{mm}$	$\pm 0,025\text{mm}$	$0,00125\text{mm}$
Giá thành	100-150	300-500	2000-4000



Hình 3.2 Giá thành gia công phụ thuộc vào dung sai

3.1.2 Sai số chuỗi kích thước

Khi một số chi tiết được lắp trong bản vẽ lắp thì sự thay đổi kích thước và các thông số hình học của chúng được xác định. Nếu Z là hàm tổng bậc nhất của các đại lượng X_i :

Các đại lượng ngẫu nhiên...

$$Z = \sum_{i=1}^n X_i$$

Hoặc $Z = \pm X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n$ (3.2)

Khi đó giá trị trung bình:

$$\bar{Z} = \sum_{i=1}^n \bar{X}_i$$
 (3.3)

Hoặc $\bar{Z} = \pm \bar{X}_1 \pm \bar{X}_2 \pm \dots \pm \bar{X}_n$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_Z = \sqrt{\sum S_{X_i}^2}$$
 (3.4)

Nếu $X_i = \bar{X}_i \pm t_i = m_i \pm t_i$ (3.5)

thì $S_z = \frac{1}{3} \sqrt{\sum t_i^2}$ (3.6)

Ví dụ 3.1

Một chuỗi kích thước gồm 4 kích thước giống nhau có giá trị $l_i = 12 \pm 0,2$. Tính chiều dài chuỗi kích thước này.

Giải:

Chiều dài của chuỗi kích thước:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

với $l_i = 12 \pm 0,2$ ($i = 1, 2, 3, 4$)

Khi đó giá trị trung bình:

$$\bar{l} = \sum \bar{l}_i = 4\bar{l}_i = 48$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_l = \sqrt{\sum S_i^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\sum t_i^2}$$

Vì $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 0,2$

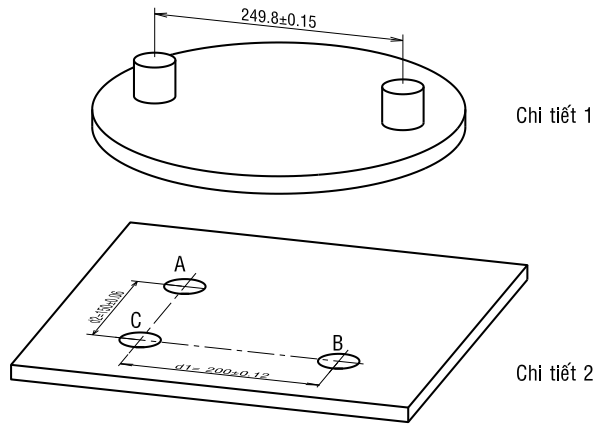
Suy ra $S_l = \frac{1}{3} \sqrt{4 \cdot 0,2^2} = \frac{0,4}{3}$

Chiều dài của chuỗi kích thước:

$$l = \bar{l} \pm 3S_l = 48 \pm 0,4$$

Ví dụ 3.2

Một tấm tròn có 2 chốt (hình 3.3) để lắp vào 2 lỗ A và B. Các kích thước cho trên hình 3.3. Xác định xác suất sao cho khoảng cách giữa hai tâm chốt dài hơn khoảng cách giữa hai tâm lỗ.



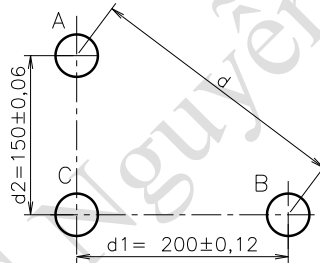
Hình 3.3

Giải:

Khoảng cách giữa hai lỗ A và B (hình 3.4) được xác định theo biểu thức sau:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

trong đó: $d_1 = 200 \pm 0,12$ mm và $d_2 = 150 \pm 0,06$ mm.



Hình 3.4

Giá trị trung bình được xác định theo công thức (4.8):

$$\bar{d} = \sqrt{\bar{d}_1^2 + \bar{d}_2^2}$$

Sai lệch bình phương trung bình được xác định theo công thức (4.9):

$$S_d = \sqrt{\frac{\bar{d}_1^2 S_1^2 + \bar{d}_2^2 S_2^2}{\bar{d}_1^2 + \bar{d}_2^2}}$$

Vì kích thước tuân theo quy luật phân phối chuẩn, do đó sai lệch bình phương trung bình có thể xác định bằng 1/6 miền thay đổi kích thước:

$$S_1 = \frac{0,12}{3} = 0,04 ; S_2 = \frac{0,06}{3} = 0,02$$

Do đó giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình được xác định:

$$\bar{d} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250$$

Các đại lượng ngẫu nhiên...

$$S_d = \sqrt{\frac{200^2 \cdot 0,04^2 + 150^2 \cdot 0,02^2}{200^2 + 150^2}} = 0,034$$

Xác suất mà khoảng cách giữa các chốt l lớn hơn khoảng cách giữa các lỗ AB (d) là:

$$P(l \geq d) = P(l - d \geq 0)$$

Đặt $X = l - d$ và $z = \frac{(X - \bar{X})}{S_X}$ ta có:

$$P(l \geq d) = P(X \geq 0) = P \left[z = \frac{(X - \bar{X})}{S_X} \geq -\frac{\bar{X}}{S_X} \right]$$

trong đó:

$$-\frac{\bar{X}}{S_X} = -\frac{\bar{l} - \bar{d}}{\sqrt{S_l^2 + S_d^2}}$$

Vì $\bar{l} = 249,8$ và $S_l = \frac{0,15}{3} = 0,05$,

Suy ra:

$$-\frac{\bar{X}}{S_X} = -\frac{249,8 - 250}{\sqrt{0,05^2 + 0,034^2}} = \frac{0,2}{0,0604} = 3,308$$

$$P(l \geq d) = P(z \geq 3,308) = 1 - 0,998965 = 0,1035\%$$

3.2 TẢI TRỌNG TÁC DỤNG

Việc phân tích và thiết kế các chi tiết máy cũng như kết cấu cần phải kể đến các yếu tố của môi trường chung quanh, đó là **tải trọng**. Có các loại tải trọng ảnh hưởng đến việc thiết kế máy và chi tiết máy: tải trọng không đổi, tải trọng động, tải trọng do môi trường: gió, động đất, tuyết rơi...

Tải trọng không đổi

Tải trọng không đổi hay là trọng lượng của máy và kết cấu. Tải trọng này tồn tại trong suốt thời gian làm việc (tuổi thọ) của máy và được xác định bằng trọng lượng của chi tiết. Tải trọng này thường được mô tả bằng hàm phân phối chuẩn.

Tải trọng thay đổi

Tải trọng có giá trị thay đổi theo thời gian và không gian. Nó là một đại lượng thay đổi một cách ngẫu nhiên. Tải trọng tác động lên chi tiết máy lúc khởi động, lúc chạy bình ổn và khi có tải là khác nhau. Tải trọng tác động lên thang máy (hình 3.5), tải trọng tác động lên các chi tiết của ô tô là các tải trọng động.



a) 2400 N/m^2

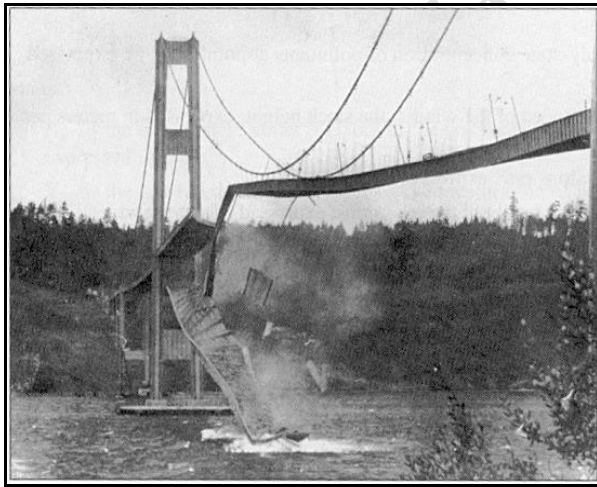
b) 4800 N/m^2

c) 7200 N/m^2

Hình 3.5 Tải trọng tác động lên thang máy tùy thuộc vào số lượng người

Tải trọng gió

Vận tốc gió cũng có ảnh hưởng đến khả năng làm việc của máy và các công trình. Nó là một đại lượng thay đổi ngẫu nhiên một cách liên tục. Do đó, khi thiết kế máy và công trình chịu ảnh hưởng của gió thì phải kể đến tải trọng do gió gây nên.



Hình 3.6 Cầu Tacoma Narrows bị sập do tải trọng gió

Thảm họa sập cầu Tacoma Narrows xảy ra do tải trọng gió gây nên vào ngày 7 tháng 11 năm 1940 (hình 3.6). Hỏng hóc này là một trong những hỏng hóc điển hình của cầu và nó gây sự tập trung chú ý của mọi người nhất. Đây là chiếc cầu dài thứ ba trên thế giới tại thời điểm xảy ra thảm họa. Nhịp cầu chính được treo có chiều dài 853,44 m. Ngay buổi sáng xảy ra thảm họa vận tốc gió đạt đến 67,6 km/h. Cầu bị hỏng là do dao động nhịp cầu chính vượt quá mức cho phép. Dầm cầu được gia cố cứng, nó bị uốn dọc mặc dù có những rãnh xẻ khi nối với các nhịp cầu trước và sau. Các nhà thiết kế đã không tính đến đầy đủ nhân tố môi trường này.

Các đại lượng ngẫu nhiên...

Tải trọng do động đất

Động đất sinh ra dao động. Dao động này ảnh hưởng đến máy, chi tiết máy đang làm việc và các công trình đang sử dụng. Hiện tượng động đất có thể sinh ra cộng hưởng trong máy, làm hư hỏng chi tiết và thiết bị. Do đó, ta phải tính đến tần số riêng của máy để tránh xảy ra hiện tượng cộng hưởng khi có động đất. Ở Việt Nam từ năm 1964 các nhà khoa học đã nghiên cứu về động đất. Hướng nghiên cứu chủ yếu là tập trung đánh giá mức độ nguy hiểm của động đất, thiết lập tiêu chuẩn qui phạm xây dựng kháng chấn đối với các công trình xây dựng thủy điện tại vùng có khả năng xảy ra động đất. Vào năm 1976 các chuyên gia Liên Xô và Việt Nam sau một thời gian nghiên cứu đã kết luận nguy cơ động đất ở thủy điện Hòa Bình đến cấp 7, cấp 8 (theo thang Châu Âu gồm 12 cấp). Khi đó các nhà thiết kế chống động đất cấp 8 cho công trình. Đồng thời các chuyên gia cũng dự báo vị trí động đất ở khu vực đập là đứt gãy chợ Bờ với 5,3 độ Richter. Sau khi đập hoàn thành thì vào năm 1989 một trận động đất 4,9 độ Richter đã xuất hiện đúng vào vị trí dự báo. Đối với thủy điện Sơn La kết quả đánh giá nguy cơ động đất mạnh cấp 8 đã được đưa vào dự án khả thi công trình. Ngày 8/11/2005 hai cơn động đất vào lúc 1 h với 5,1 độ Richter và 14h55' với 5,5 độ Richter làm rung chuyển các công trình trên các thành phố Hồ Chí Minh, Vũng Tàu, Phan Thiết... Do đó các công trình xây dựng phải tính đến tải trọng do động đất gây nên.

Tải trọng do tuyết

Tuyết rơi và bám trên mái nhà làm tăng tải trọng tác dụng. Ngày 15/02/2004 tại Moscow (Nga), do lớp tuyết rơi quá dày nên mái che bằng kính của một công viên nước sập xuống làm 24 người chết và hàng trăm người bị thương, kết luận sơ bộ cho thấy nguyên nhân là khi thiết kế chưa kể đến tải trọng do tuyết gây nên.

Ngoài ra còn có tải trọng do sóng thần, lũ lụt gây nên...

3.2.1 Đặc trưng tải trọng của máy theo quan điểm xác suất

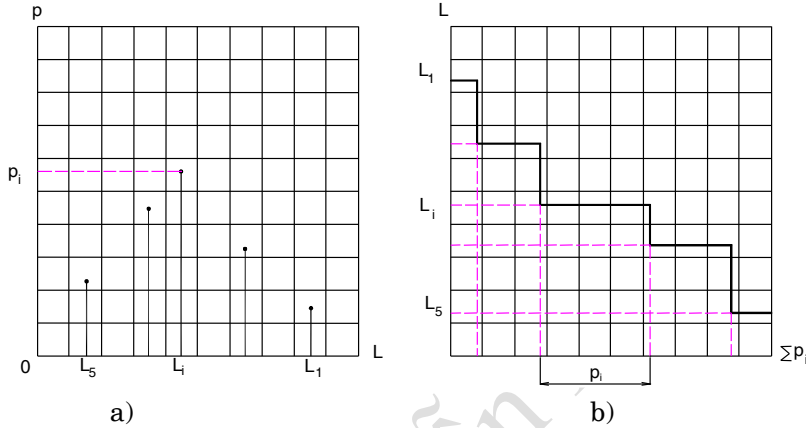
Khả năng tải của máy và các chi tiết riêng biệt khi tính toán độ bền mỗi được đặc trưng bởi các phổ tải trọng tương ứng, nghĩa là tập hợp các giá trị mà tải trọng có thể nhận được. Phổ tải trọng có thể là **rời rạc** hoặc **liên tục**.

Thông thường các phổ rời rạc (hình 3.7) được biểu diễn theo các trục tọa độ: tải trọng L , khoảng thời gian p tương đối duy trì tác dụng tải trọng (hình 3.7a) hoặc là theo trục tọa độ: tổng thời gian tương đối Σp_i tương đối duy trì tác dụng tải trọng và tải trọng L theo mức độ giảm dần (hình 3.7b). Dạng thứ nhất là dạng khả vi, dạng thứ hai là dạng khả tích.

Chương 3

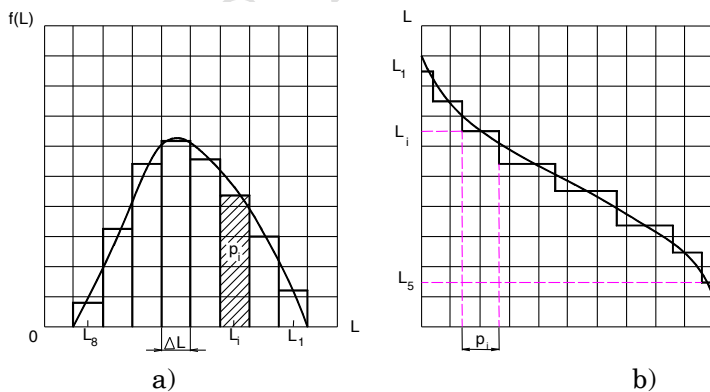
Đối với các phổ liên tục của tải trọng người ta đưa ra hàm số mật độ phân phối $f(L)$ (hình 3.8a) và hàm số khả tích $P(L) = \int_0^L f(L)dL$. Hàm số $P(L)$

ký hiệu cho khoảng thời gian tác dụng của tải trọng nhỏ hơn một đại lượng cho trước hay là tương ứng với xác suất mà khi đó tải trọng nhỏ hơn một đại lượng cho trước.



Hình 3.7 Hình dạng vi phân (a) và tích phân (b) của phổ tải trọng phân tán

Trên thực tế thường hay sử dụng đồ thị khả tích của sự phân phối liên tục (hình 3.8b), khi đó tải trọng phân phối theo trục tọa độ và theo hoành độ là hàm số $1 - P(L)$, tương ứng với thời gian tác dụng của tải trọng lớn hơn đại lượng đã cho hoặc là xác suất tải trọng lớn hơn đại lượng đã cho.



Hình 3.8 Hình dạng vi phân (a) và tích phân (b) của phổ tải trọng liên tục

Trong nhiều trường hợp tính toán sử dụng phổ tải trọng liên tục không được thuận tiện, cho nên để đơn giản các hàm số $f(L)$ và $1 - P(L)$ được thay thế bằng các đường cong bậc (hình 3.8). Khi đó, người ta chia khoảng thay đổi có thể có của tải trọng thành nhiều đoạn bằng nhau ΔL , Giá trị

Các đại lượng ngẫu nhiên...

trung bình của tải trọng trên đoạn thứ i được ký hiệu L_i . Khi đó khoảng thời gian tương đối tác dụng của tải trọng L_i sẽ bằng $p_i = f(L_i)\Delta L$.

Phân tích thống kê tải trọng tác động lên nhiều loại máy khác nhau thì trường hợp tải trọng thay đổi liên tục có thể quy về các chế độ điển hình.

Hàm số mật độ $f(L/L_{\max})$ và hàm số khả tích $1-P(L/L_{\max})$ được trình bày trên hình 3.9. Các trường hợp chế độ tải nặng (đường cong 1 hình 3.9), chế độ tải nhẹ (đường cong 4) và đặc biệt nhẹ (đường cong 5) ta sử dụng hàm phân phối γ , đối với chế độ trung bình đồng xác suất (đường cong 2) là hàm số phân phối đều. Còn trường hợp trung bình chuẩn (đường cong 3) là hàm số phân phối chuẩn.

Tương ứng với các công thức tính toán độ bền mỏi, nếu biên độ tải trọng thay đổi thì các phổ tải trọng thuận tiện được xác định bằng các mômen ban đầu μ_k . Chỉ số $k = 1, 2, 3, \dots$ ký hiệu tương ứng với bậc của mômen ban đầu.

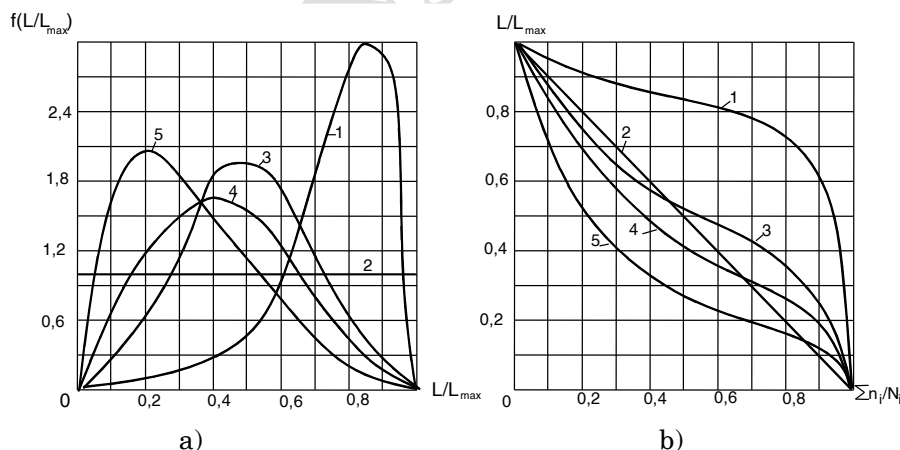
Mômen ban đầu bậc k được xác định theo công thức:

- Đối với phổ tải trọng rời rạc:

$$\mu = \sum (L_i/L_{\max})^k p_i \quad (3.7)$$

- Đối với phổ tải trọng liên tục:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} (L/L_{\max})^k f(L/L_{\max}) d(L/L_{\max}) \quad (3.8)$$



Hình 3.9 Hàm mật độ phân phối (a) và hàm phân phối (b) các phổ tải trọng tương ứng với các chế độ tải điển hình

Các mômen ban đầu đặc trưng cho các tính chất chủ yếu của phổ: mômen ban đầu bậc nhất bằng với giá trị trung bình và đặc trưng cho tâm

Chương 3

nhóm tải trọng của phổ; mômen thứ hai - tương ứng với độ phân tán (phương sai) của tải trọng đối với tâm nhóm; mômen thứ ba - độ không đối xứng của phân phối tải trọng ...

Trong tính toán chi tiết máy theo độ bền mỗi ta dựa trên giả thuyết tổng tuyến tính các vết hỏng (chi tiết bị hỏng khi $\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$). Khi xác định số

chu kỳ ứng suất tương đương người ta sử dụng hệ số chu kỳ tương đương $K_{EN} = \mu_K$. Khi xác định tải trọng tương đương người ta sử dụng hệ số chế độ tải trọng tương đương $K_{cd} = \sqrt[k]{\mu_k}$ với bậc của mômen ban đầu là k được chọn phụ thuộc vào bậc của đường cong mỏi trên trục tọa độ $\sigma - N$. Đối với ứng suất uốn tỉ lệ thuận với tải trọng $k = m_F$, còn với ứng suất tiếp xúc $k = m_H/2$ (do tỉ lệ với căn bậc hai của tải trọng).

Giá trị mômen ban đầu bậc k đối với phổ tải trọng tương ứng với các chế độ tải trọng điển hình cho trong bảng 3.1.

Bảng 3.1 Các chế độ tải trọng

Chế độ	Bậc của mômen ban đầu μ_k					
	1	2	3	6	9	12
Nặng	0,772	0,615	0,501	0,300	0,200	0,142
Trung bình đồng xác suất	0,50	0,333	0,250	0,143	0,100	0,0769
Trung bình chuẩn	0,50	0,288	0,179	0,0651	0,0358	0,0266
Nhẹ	0,423	0,218	0,127	0,0384	0,0164	0,00845
Đặc biệt nhẹ	0,310	0,128	0,0622	0,0126	0,00408	0,00169

Để tính toán theo độ bền, tải trọng được cho trước dưới dạng tải trọng lớn nhất L_{max} và μ_k tương ứng. Trong khi xét đến tính chất ngẫu nhiên của tải trọng cả hai đại lượng độ bền và tải trọng được khảo sát theo quan điểm xác suất.

3.2.2 Bản chất ngẫu nhiên của tải trọng

Bản chất ngẫu nhiên của tải trọng thông thường liên quan đến nhiều nhân tố. Sau đây giới thiệu các nhân tố ảnh hưởng đến độ phân tán của tải trọng đối với một số máy thông dụng.

Máy công nghiệp: Phân tán các đối tượng sản xuất trong giới hạn của tính vận năng của máy và thông thường cần phải mở rộng phạm vi sử dụng máy:

- Sử dụng máy trong các dạng sản xuất với quy mô khác nhau: nhỏ, vừa, trung bình, hàng loạt.
- Phân tán tính chất của phiôi: lượng dư gia công, hình dạng chi tiết gia công, độ rắn.

Các đại lượng ngẫu nhiên...

- Phân tán trạng thái của dụng cụ cắt: góc cắt, độ tù ...
- Sự thay đổi của quy trình công nghệ.
- Sử dụng không đúng: tăng cường chế độ làm việc quá giới hạn cho phép, gây dụng cụ cắt, cắt sâu vào phôi, làm nguội phôi khi gia công máy.

Máy vận chuyển: Phân tán của chế độ vận hành theo tải trọng và vận tốc.

- Sử dụng máy trong các lãnh vực khác nhau: sử dụng cá nhân, trong xây dựng, khai thác mỏ, lãnh vực nông nghiệp ...
- Phân tán trạng thái đường xá: bê tông, nhựa, đất, đường miền núi, đồng bằng, thời tiết, gió, sóng ...
- Ảnh hưởng của tần số thắng và mở máy, tay nghề của lái xe.
- Sử dụng không đúng tiêu chuẩn: đi đường không bằng phẳng, thắng gấp, khi tải có va đập ...

Giá trị bằng số của hệ số biến phân tải trọng $v_L = \frac{S_L}{L}$ cho các loại máy

khác nhau bằng các chuyên gia hay là cơ quan nghiên cứu. Hệ số biến phân trung bình nằm trong khoảng $v_L = 0,1 \dots 0,15$.

Trong tính toán độ bền mỗi thì hệ số biến phân của tải trọng tương ứng với hệ số biến phân của tải trọng tương đương L , tức là chế độ tải trọng tính tương đương:

$$L = L_{\max} K_{cd} \sqrt[k]{\frac{N_{\Sigma}}{N_0}} \leq L_{\max} \quad (3.9)$$

trong đó: L_{\max} - tải trọng lớn nhất của phổ tải trọng; N_{Σ} - tổng số chu kỳ ứng suất thay đổi trong suốt thời gian phục vụ; N_0 - số chu kỳ cơ sở đường cong mỏi; $K_{cd} = \sqrt[k]{\mu_k}$ - hệ số tương đương chế độ tải trọng; k - chỉ số mũ ($k = m$, với m - chỉ số mũ đường cong mỏi nếu ứng suất tỉ lệ thuận với tải trọng, $k = m/2$ khi tính toán ứng suất tiếp xúc vì ứng suất tỉ lệ căn bậc hai của tải trọng).

Hệ số biến phân của tải trọng tương đương L như là tính toán của hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập L_{\max} và K_{cd} được xác định bằng căn bậc hai của tổng các hệ số biến phân của tải trọng lớn nhất L_{\max} của phổ tải trọng và hệ số biến phân của chế độ tải trọng v_{cd} :

$$v_L = \sqrt{v_{\max}^2 + v_{cd}^2} \quad (3.10)$$

Miền phân tán của hệ số tương đương các chế độ tải trọng có thể đánh giá như là tỉ số của các tải trọng tương đương của hai dạng tải trọng gần nhau hay là hai chế độ tải trọng không kề nhau nhưng gần nhau.

Chương 3

Trường hợp tính toán thứ hai là đối với máy vận năng và máy công nghiệp. Tương ứng với các trường hợp trên ta có hệ số biến phân v_{cd} của hệ số tương đương chế độ tải trọng là $0,04 \div 0,06$ hoặc $0,01 \div 0,1$. Đối với trường hợp số chu kỳ tương đương lớn hơn số chu kỳ cơ sở $N_{\Sigma} > N_0$ thì miền phân tán của hệ số tương đương chế độ tải trọng K_{cd} sẽ nhỏ hơn đáng kể và có thể đánh giá bằng tỉ số các hệ số tăng giới hạn mỗi dải hạn của hai chế độ kề nhau hoặc hai chế độ không kề nhưng gần nhau. Khi đó hệ số biến phân v_{cd} có thể chọn trong giới hạn $0,03 \div 0,04$ hay là $0,05 \div 0,07$.

Đặc tính của tải trọng các chi tiết máy có thể được xác định bằng con đường qui đổi các phổ tải trọng tương ứng thu được theo kết quả đo tải trọng trên các bộ phận công tác hay là trên trục của động cơ. Độ chính xác quy đổi không phải lúc nào cũng đạt được (vì do tính không xác định của động lực học các bộ truyền dẫn), do đó trong các trường hợp quan trọng cần phải đo trực tiếp ứng suất thực trên các chi tiết khảo sát.

Biểu đồ dao động với quá trình mô tả của sự thay đổi ứng suất theo thời gian được xử lý thống kê với mục đích sơ đồ hóa quá trình. Tức là thay thế quá trình chịu tải thực tế bằng chế độ ứng suất thay đổi theo đường sin tương đương.

3.3 ĐỘ BỀN VẬT LIỆU

3.3.1 Thống kê tính chất đàn hồi vật liệu

Tất cả các kim loại và các loại vật liệu kỹ thuật khác có các tính chất khác nhau do sự khác nhau ngẫu nhiên về thành phần hóa học, nhiệt luyện và quá trình gia công chi tiết. Độ bền tĩnh được xác định khi tải trọng tác dụng là không đổi. Các loại thép kết cấu đều được tiêu chuẩn theo mã số riêng biệt và các đặc điểm kỹ thuật sau: Môđun đàn hồi Young khi kéo và khi nén (E): $2,1 \cdot 10^5$ MPa; hệ số Poisson: $\mu = 0,3$; môđun đàn hồi trượt: $G = \frac{E}{2(1+\mu)} = 0,385E$.

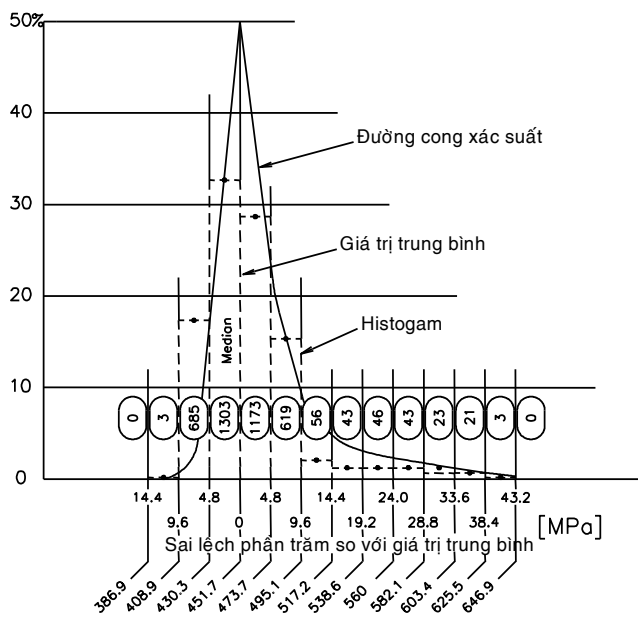
Các đặc tính thống kê của cơ tính vật liệu được quan sát theo thực nghiệm và cho trong bảng 3.2 [42].

Bảng 3.2 Các đặc tính cơ của vật liệu dẻo

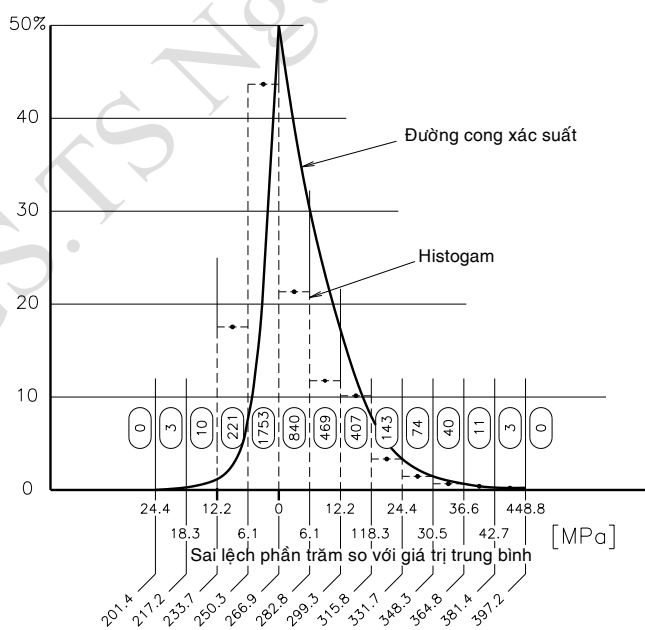
Các hệ số	Giá trị	Hệ số biến phân v	Số mẫu thử nghiệm
E (kéo)	$2,078 \cdot 10^5$ MPa	0,01	67
E (nén)	$2,079 \cdot 10^5$ MPa	0,01	67
μ (xoắn)	0,296	0,026	57
μ (nén)	0,298	0,021	41
G	$8,44312 \cdot 10^4$ MPa	0,042	81

Các đại lượng ngẫu nhiên...

Ứng suất giới hạn là tính chất chủ yếu ảnh hưởng đến thiết kế kết cấu xây dựng và cơ khí. Người thiết kế chọn loại vật liệu sử dụng trong thiết kế theo giá trị giới hạn chảy. Giới hạn chảy của thép phụ thuộc vào thành phần hóa học của các hợp kim và phương pháp chế tạo.



Hình 3.10 Giới hạn bền σ_b



Hình 3.11 Giới hạn chảy σ_{ch}

Chương 3

Các giới hạn chảy, giới hạn bền của vật liệu là các đại lượng ngẫu nhiên. Trên hình 3.10 và 3.11 là biểu đồ mật độ phân phối giới hạn bền và giới hạn chảy.

Trên bảng 3.3 là kết quả quan sát được trong suốt thời gian khoảng 40 năm từ năm 1957 đối với loại thép tròn xây dựng ASTM A7 và A36 từ các nhà máy luyện thép khác nhau của Mỹ [42].

Bảng 3.3 Giới hạn chảy các loại thép tròn của Mỹ

Nguồn tham khảo	Giá trị trung bình nhà máy σ_{ch}^* , MPa	Giá trị lý thuyết σ_{ch} , MPa	Tỉ số $\sigma_{ch}^*/\sigma_{ch}$	Hệ số biến phân	Số mẫu quan sát
Theo Julian	280	231	1,21	0,09	3,794
Theo Tall và Alpsten	275,8	231	1,21	0,08	3,124

Trên bảng 3.4 giới thiệu giới hạn bền và chảy của một số vật liệu phổ biến trong thiết kế [42].

Bảng 3.4 Giới hạn bền và chảy của các loại vật liệu sử dụng phổ biến

Loại thép	Giới hạn chảy 10^3 (MPa)		Giới hạn bền 10^3 (MPa)	
	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Hợp kim nhôm 2014	443,27	15,69	492,52	13,30
2024-T6 hợp kim nhôm	352,5	20,05	447,49	17,66
Hợp kim Titan Ti-6Al-4V	918,9	50,66	953,38	47,14
Thép carbon C10006	251,185	5,63	339,84	3,66
Thép carbon C1035	348,282	37,7	606,5	27,58
Thép kết cấu độ bền cao	306,77	25,54	541,07	14,82
Thép gió 202	351,1	9,29	687,42	18,99
Thép gió 301	1173,6	65,93	1345,28	40,95
Thép đúc	245,56	10,34	375,72	18,86

3.3.2 Các mô hình thống kê cho độ bền vật liệu

Ba dạng mô hình thống kê được sử dụng để mô tả độ bền của các vật liệu khác nhau: mô hình vật liệu giòn, mô hình vật liệu dẻo và mô hình chùng sợi. Vật liệu giòn bị hỏng khi một điểm riêng lẻ bị hỏng. Đối với vật liệu dẻo, biến dạng bắt đầu khi tải trọng trên điểm đạt đến khả năng chảy. Điểm tiếp tục mang tải trọng biến dạng và bất cứ tải trọng thêm vào nào được chuyển sang các điểm khác trên mặt cắt. Mặt cắt mang tải trọng lớn nhất khi tất cả các điểm đều biến dạng. Trên mô hình chùng sợi, hỏng hóc

Các đại lượng ngẫu nhiên...

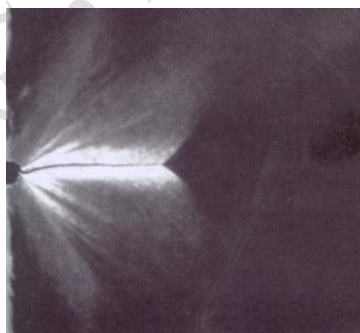
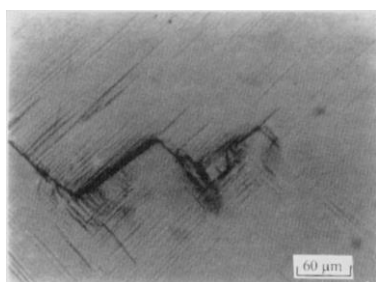
của điểm có nghĩa là khả năng tải của điểm đó không còn nữa. Kể từ đó tải trọng sẽ phân phối lại cho các điểm khác. Quá trình này tiếp tục đến khi tất cả các điểm đều bị hỏng.

3.4 GIỚI HẠN MỎI

3.4.1 Giới thiệu

Hỏng hóc do mỏi sinh ra là do ứng suất thay đổi. Khi giá trị ứng suất thay đổi lớn hơn giá trị giới hạn mỏi thì bắt đầu là hình thành vết nứt tế vi, sau đó các vết nứt này phát triển lớn dần và xuất hiện hỏng hóc do mỏi. Những chỗ bắt đầu hỏng hóc do mỏi là những chỗ có sự tập trung ứng suất cao.

Như ta đã biết các chi tiết cơ khí và các công trình bị hỏng dưới tác dụng tải trọng thay đổi, lặp lại, dao động và ngẫu nhiên, tuy nhiên ứng suất lớn nhất khi hỏng đều nhỏ hơn giới hạn bền hoặc giới hạn chảy của vật liệu. Các dạng hỏng này được gọi là các dạng hỏng do mỏi.



a) Giai đoạn hình thành vết nứt

b) Giai đoạn phát triển vết nứt

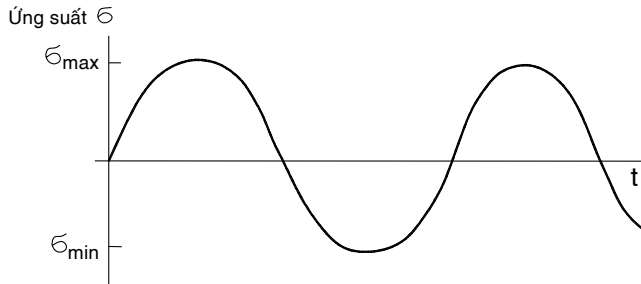
Hình 3.12 Phát triển các vết hỏng do mỏi

Hỏng hóc do mỏi chia làm hai giai đoạn: giai đoạn 1 được gọi là giai đoạn *hình thành các vết nứt* (hình 3.12a). Giai đoạn thứ hai được gọi là giai đoạn *phát triển khe nứt* (hình 3.12b). Nếu N được coi là số chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng thì 60 đến 90% chu kỳ là nguyên nhân bắt đầu các vết nứt và 10 đến 40% chu kỳ phát triển các khe nứt. Các vết nứt do mỏi thông thường xuất hiện trên bề mặt của chi tiết khi mà ứng suất là lớn nhất. Nơi có khuyết tật vật liệu và các thớ được chống đỡ yếu nhất. Các vết xước bề mặt, các tạp chất, bọt khí, độ nhấp nhô bề mặt gia công, sự thay đổi tiết diện ngang, góc lượn, rãnh then và các lỗ là các vị trí tạo nên các vết nứt. Các vết nứt ban đầu quá nhỏ và rất khó khăn cho việc phát hiện bằng mắt

Chương 3

thường hoặc bằng các phương pháp kiểm tra tiêu chuẩn. Một khi các vết nứt xuất hiện, tập trung ứng suất cục bộ trên bề mặt sẽ tác động đến sự phát triển của chúng. Đến một lúc nào đó tiết diện mặt cắt ngang giảm xuống đáng kể, ứng suất tăng lên và sự hỏng hóc tức thời xuất hiện sẽ làm chi tiết bị hỏng hoàn toàn.

Khi thử nghiệm mỗi trục quay chịu uốn, chi tiết dưới mômen uốn không đổi, ứng suất sinh ra thay đổi theo chu kỳ đối xứng và chu kỳ này không thay đổi theo thời gian (hình 3.13).



Hình 3.13 Ứng suất thay đổi theo chu kỳ

Khi đó phương trình đường cong mỏi:

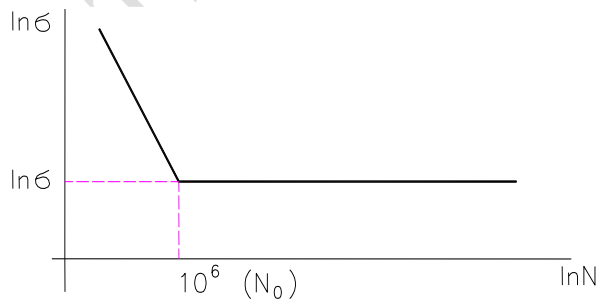
$$\sigma^m N = \text{const} = C$$

Nếu ta lấy logarit hai vế phương trình:

$$m \ln \sigma + \ln N = \ln C$$

$$m \ln \sigma = \ln \left(\frac{C}{N} \right)$$

$$\ln \sigma = \frac{1}{m} (\ln C - \ln N)$$



Hình 3.14 Đường cong mỏi theo logarit

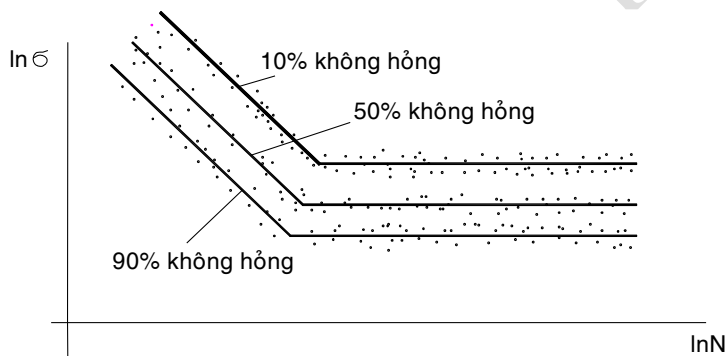
Tương ứng với mỗi xác suất không hỏng khác nhau đường cong mỏi này cũng cho các giá trị khác nhau. Đường cong mỏi theo logarit biểu diễn như trên hình 3.14. Theo đường cong này chi tiết sẽ không bị hỏng khi ứng suất sinh ra nằm dưới đường nằm ngang, bất kể số chu kỳ làm việc là bao

Các đại lượng ngẫu nhiên...

nhieu. Ứng suất tương ứng với đường thẳng nằm ngang gọi là giới hạn mỏi σ_r . Với các dữ liệu thực nghiệm, độ phân tán của các điểm dữ liệu thực nghiệm nằm chung quanh đường cong $\sigma - N$ đang quan sát (đường cong $\sigma - N$ còn gọi là biểu đồ Wohler sau khi mà kỹ sư người Đức August Wohler công bố nghiên cứu về độ bền mỏi vào năm 1870). Các dữ liệu mỏi thống kê cần thiết cho thiết kế xác suất được tập hợp theo hai hướng sau đây:

1. Đường bao dữ liệu thống kê $\sigma - N$ có thể khai triển cho vật liệu bằng cách vẽ sự phân phối của chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng theo biên độ ứng suất. Theo kết quả thực nghiệm các điểm phân phối cho trên hình 3.15. Sự phân phối xác suất chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng theo một giá trị biên độ ứng suất gần với qui luật phân phối logarit chuẩn. Ngoài ra người ta còn xây dựng đường cong phân phối các dữ liệu thử nghiệm mỏi theo đường cong Weibull ba tham số:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta - t_0} \left(\frac{t - t_0}{\theta - t_0} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t - t_0}{\theta - t_0} \right)^\beta} \quad (3.12)$$



Hình 3.15 Đường cong mỏi theo logarit với các xác suất hỏng khác nhau.

Thông thường sử dụng các giá trị trung bình $\bar{\sigma}_{lim}$ và $S_{\sigma_{lim}}$ giữa các đại lượng này có sự liên hệ sau:

$$\bar{\sigma}_{lim} = t_0 + (\theta - t_0) \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (3.13)$$

$$S_{\sigma_{lim}} = \frac{\bar{\sigma}_{lim} - t_0}{b^{0,926}} \quad \text{với } 0,7 < \beta < 10,0 \quad (3.14)$$

Γ - hàm số gamma

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy \quad (3.15)$$

Nếu x là số nguyên:

$$\Gamma(x) = (x-1)! \quad (3.16)$$

Chương 3

trong đó: θ , t_0 , β là các tham số hàm số Weibull.

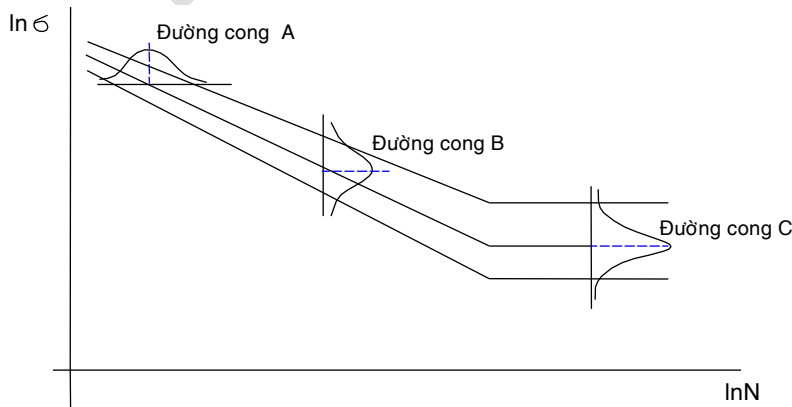
Các tham số θ , t_0 , β đối với một số loại thép và nhôm có giá trị như bảng 3.5 [42].

Bảng 3.5 Các dữ liệu độ bền mỏi từ thử nghiệm uốn xoắn

Giới hạn mỏi vật liệu (lb/in ²)	n=10 ⁴			n=10 ⁵			n=10 ⁶		
	t ₀ .10 ⁶ (lb/in ²)	β	θ .10 ⁶ (lb/in ²)	t ₀	β	θ	t ₀	β	θ
Thép AISI 1045 σ _r = 105.10 ⁶	79	2,60	86,2	67	2,75	73	56,7	2,85	61,65
M10 thép dụng cụ σ _r = 330.10 ⁶	152	2,67	185,7	133	2,70	163,7	117,0	2,73	144
AISI 2340 σ _r = 122.10 ⁶	87	4,4	99,4	75	4,4	81,85	64,0	4,9	70,5
Nhôm 2014 σ _r = 68-78.10 ⁶	57,85	1,78	63,92	48,94	1,636	53,81	41,34	1,522	45,31
Nhôm 1100 σ _r = 10.10 ⁶	3,077	3,47	7,318	2,006	3,46	4,757	1,304	3,46	3,092

2. Đường bao dữ liệu thống kê $\sigma - N$ có thể khai triển cho vật liệu bằng cách vẽ sự phân phối của ứng suất khi hỏng theo số các mức độ chu kỳ cố định. Điển hình là thực nghiệm các điểm phân phối cho trên hình 3.16. Giới hạn mỏi tại các chu kỳ cố định được phân phối gần với qui luật phân phối chuẩn.

Trên hình 3.16 ta có ba đường phân phối. Phân phối giới hạn mỏi theo đường cong C sử dụng khi thiết kế các chi tiết cơ khí và kết cấu xây dựng theo chế độ mỏi dài hạn (lớn hơn 10⁶ vòng quay). Phân phối tuổi thọ mỏi theo đường cong A ứng dụng khi thiết kế các chi tiết như ổ lăn. Đường cong B được ứng dụng khi thiết kế chi tiết theo giới hạn mỏi ngắn hạn.



Hình 3.16 Các đường cong mỏi ứng dụng trong thiết kế

Các đại lượng ngẫu nhiên...

3.4.2 Sử dụng các phương pháp thống kê đồng dạng để xác định đặc tính mỏi của chi tiết máy

Vì thử nghiệm mỗi các chi tiết máy đòi hỏi nhiều thời gian và giá thành cao cho nên người ta chỉ tiến hành các mẫu thử nhỏ. Do đó vấn đề quan trọng là từ các kết quả thử nghiệm các mẫu thử nhỏ này ta tìm được đặc tính mỏi của chi tiết máy. Một trong những phương pháp này là phương pháp thống kê đồng dạng các hỏng hóc do mỏi của Seresen-Kagaev.

Các nhân tố có ảnh hưởng đến độ bền mỏi và độ bền giòn là: kích thước chi tiết, dạng tải trọng và sự tập trung ứng suất, rãnh đá mài, góc lượn, rãnh then.... Đối với các kim loại khác nhau thì sự ảnh hưởng cũng khác nhau. Để giải thích điều này người ta đưa ra lý thuyết xác suất, dựa trên hai giả thuyết:

- Khả năng tải của các phần tử cơ bản của chi tiết độc lập với nhau.
- Sự hỏng của chi tiết xuất hiện khi hỏng hóc ít nhất một phần tử cơ bản.
- Các giả thuyết trên đúng với các vết hỏng do mỏi (đến sự xuất hiện vết hỏng thứ nhất). Do đó lý thuyết thống kê sử dụng rộng rãi để biểu diễn qui luật của sự hỏng hóc do mỏi. Tuy nhiên giả thuyết không được thỏa mãn khi phân tích độ bền của vật liệu dẻo nếu như khi tính toán xét đến biến dạng dẻo cục bộ.

Lý thuyết đồng dạng phá hủy mỏi Seresen – Kogaev

Tiêu chuẩn chủ yếu đồng dạng là tỉ số $\frac{L}{G}$ với L – chu vi tiết diện nguy hiểm hay là phần có ứng suất lớn nhất, $\bar{G} = \frac{1}{\sigma_{1\max}} \frac{d\sigma_1}{dx}$ là gradient của ứng suất chính thứ nhất ở mặt cắt này, trong đó $\sigma_{1\max}$ ứng suất chính thứ nhất của điểm có ứng suất lớn nhất theo chu vi của tiết diện nguy hiểm. Tỉ số $\frac{L}{G}$ tỉ lệ với thể tích chịu ứng suất trong đó có thể sinh ra các vết hỏng.

Đối với các chi tiết có tiết diện ngang khi uốn và khi kéo thì theo chu vi có ứng suất bằng nhau và $L=\pi d$. Đối với chi tiết có tiết diện ngang hình chữ nhật (răng của bánh răng) khi uốn phẳng thì phần có ứng suất lớn nhất (theo chiều rộng vành răng) $L=b$ nếu quay 1 chiều, $L=2b$ nếu quay hai chiều.

Đối với trục bậc với các đường kính d , D và góc lượn ρ thì gradient khi uốn theo lý thuyết đàn hồi sẽ bằng:

Chương 3

$$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho}(1 + \psi) + \frac{2}{d}, \quad (3.17)$$

trong đó: khi $\frac{D}{d} \geq 1,5$, $\psi = 0$, khi $\frac{D}{d} < 1,5$ thì $\psi = \frac{1}{2} \frac{1}{2\sqrt{t/\rho} + 1}$; $t = \frac{D-d}{2}$.

Đối với các mẫu thử của các rãnh dạng đường hyperpol khi uốn:

$$\bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (3.18)$$

Đối với các mẫu thử của các rãnh dạng đường hyperpol khi kéo và nén:

$$\bar{G} = \frac{2}{\rho} \quad (3.19)$$

Công thức để xác định giá trị trung bình giới hạn mỗi của chi tiết σ_{lim} và hệ số biến phân v_{lim} biểu diễn dưới dạng lớn nhất chi tiết được chế tạo từ vật liệu của một mẻ nấu có dạng:

$$\bar{\sigma}_{lim} = \varepsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1}(1 + l) \quad (3.20)$$

$$v_{lim} = \frac{(1 - 10^{-2S})l}{2(1 + l)}, \quad (3.21)$$

trong đó: $l = \frac{1 - \varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_{\infty}} \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{\bar{G}} \right)^{-v_{\sigma}} \quad (3.22)$

Trong công thức trên đưa vào 4 thông số:

$\bar{\sigma}_{-1}$ - Giá trị trung bình của giới hạn mỗi mẫu thử khi uốn có đường kính 7,5mm.

v_{σ} - Hệ số thực nghiệm.

ε_{∞} - Hệ số xét đến ảnh hưởng kích thước.

S - Sai lệch bình phương trung bình logarit của đại lượng ($\sigma_{gh} - u$) với u là giá trị nhỏ nhất của σ_{lim} .

88,3 - là tỉ số $\frac{L}{\bar{G}}$ đối với mẫu thử đường kính 7,5mm:

$$\frac{L}{\bar{G}} = \frac{7,5^2 \pi}{2}$$

Khi tính toán sơ bộ có thể lấy: $v_{\sigma} \approx 0,1$; $\varepsilon_{\infty} = 0,5$ - đối với thép, hợp kim màu và gang; S = 0,045... 0,06 - đối với thép; S = 0,05...0,06 - đối với hợp kim nhôm và magie.

Công thức (3.20) và (3.21) làm xấp xỉ các giá trị theo qui luật phân phối chuẩn của giới hạn mỗi tương ứng với 2 điểm - khi điểm phân vị $z_1=0$ (ứng với xác suất 50%) và $z_1 = -2$ (ứng với xác suất 99,7%) với phân phối chuẩn logarit của đại lượng ngẫu nhiên $\sigma_{max} - u$.

Các đại lượng ngẫu nhiên...

Công thức (3.20) và (3.21) bảo đảm chính xác mô tả các qui luật của các vết hỏng do mỏi của chi tiết có các kích thước hình học khác nhau và dạng tải trọng dựa trên việc lựa chọn các giá trị của 4 tham số $\bar{\sigma}_{-1}$, ν_{σ} , ε_{∞} , S.

Ví dụ 3.3

Xác định giá trị trung bình và hệ số biến phân giới hạn mỏi của chi tiết hình trụ có rãnh $\rho = 0,169$ mm và đường kính ở tiết diện nguy hiểm $d=15$ mm chế tạo từ thép 40Mn và chịu ứng suất uốn xoắn nếu giá trị trung bình của giới hạn mỏi mẫu thử với đường kính $d= 7,5$ mm là $\bar{\sigma}_{-1} = 850$ MPa.

Giải:

Tìm chu vi tiết diện nguy hiểm:

$$L = \pi d = \pi \cdot 15 = 47,12 \text{ mm}$$

$$\text{Gradient: } \bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{2}{0,169} + \frac{2}{15} = 11,97/\text{mm}$$

Đồng thời ta chọn: $\nu_{\sigma} = 0,1$; $\varepsilon_{\infty} = 0,5$; $S = 0,047$

Khi đó ta có:

$$l = \frac{1 - \varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_{\infty}} \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G} \right)^{-\nu_{\sigma}} = \frac{1 - 0,5}{0,5} \left(\frac{1}{88,3} \frac{47,12}{11,97} \right)^{-0,1} = 1,36$$

Do đó giá trị trung bình và hệ số biến phân của giới hạn mỏi chi tiết xác định theo công thức:

$$\sigma_{\text{limct}} = \varepsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1} (1+l) = 0,5 \cdot 850 (1+1,36) = 1003 \text{ MPa}$$

$$\nu_{\text{limct}} = \frac{(1 - 10^{-2S})l}{2(1+l)} = \frac{(1 - 10^{-2 \cdot 0,047})1,36}{2(1+1,36)} = 0,056$$

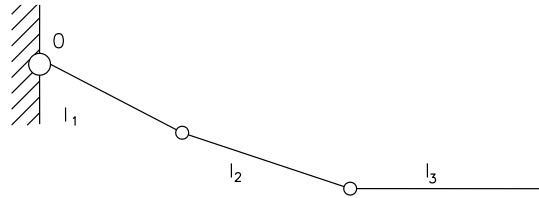
và nếu so sánh với các kết quả thực nghiệm trực tiếp các chi tiết này thì $\bar{\sigma}_{\text{lim}} = 1000$ MPa và $\nu_{\text{lim}} = 0,05$, có nghĩa là kết quả thực nghiệm và tính toán gần bằng nhau.

Phương pháp đồng dạng Seresen-Kagaev được sử dụng rộng rãi khi đánh giá giới hạn mỏi của các chi tiết máy bay, máy cán kim loại, các máy tàu... Tuy nhiên sử dụng phương pháp này chưa xét đến ảnh hưởng của một số nhân tố đến ảnh hưởng độ bền mỏi.

3.5 BÀI TẬP

3.1 Chiều dài cánh tay máy (hình 3.17) có giá trị:

$$l_1 = 254 \pm 2,54 \text{ mm}; l_2 = 381 \pm 7,62 \text{ mm}; l_3 = 304,8 \pm 5,08 \text{ mm}.$$

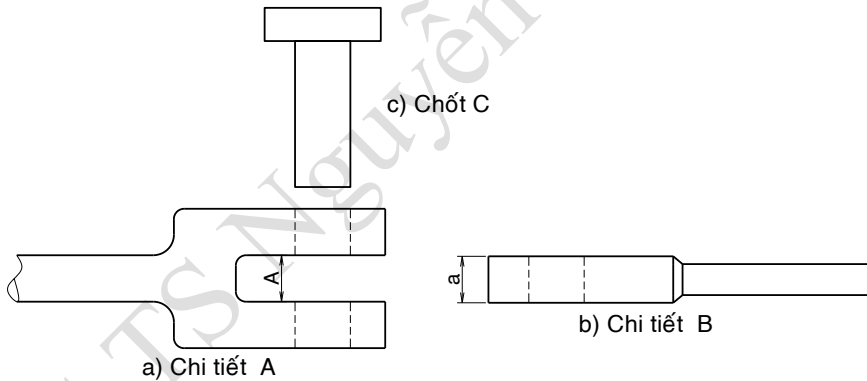


Hình 3.17

Tìm xác suất để điểm cuối P đạt được vị trí có khoảng cách 942mm từ điểm O.

3.2 Thùng hộp giấy có chiều dài 500 ± 5 mm. Nếu sử dụng hộp để chứa các chi tiết có kích thước $100 \pm 1,25$ mm thì hãy xác định xác suất để chứa 5 chi tiết trong hộp.

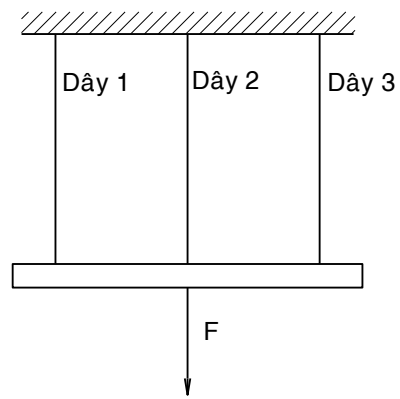
3.3 Trên mỗi ghép giữa hai chi tiết a và b (hình 3.18) ta chèn một chốt c. Nếu như kích thước A và a được cho tương ứng là $30,48 \pm 2,5$ mm và $27,94 \pm 1,274$ mm. Xác định xác suất chạm nhau giữa chi tiết A và B. Giả sử rằng dung sai tương ứng với giá trị 3S (3 lần sai lệch bình phương trung bình).



Hình 3.18

3.4 Lực tác dụng F lên 3 dây có giá trị như nhau theo hình 3.19. Nếu ứng suất và độ bền của mỗi dây tuân theo phân phối chuẩn với các thông số $\bar{\sigma} = 200$ N; $S_{\sigma} = 50$ MPa; $\bar{\sigma}_b = 90$ MPa; $S_{\sigma_b} = 10$ MPa. Xác định xác suất hỏng của hệ thống.

Các đại lượng ngẫu nhiên...



Hình 3.19

PGS.TS Nguyễn Hữu Lộc

HÀM SỐ CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Trong kỹ thuật đa số các hiện tượng liên quan hàm số mà trong đó một biến phụ thuộc được biểu diễn dưới dạng một hoặc nhiều biến độc lập. Ví dụ ứng suất sinh ra trong chi tiết máy là hàm số của tải trọng và tiết diện mặt cắt ngang. Nếu bất kỳ một biến độc lập là đại lượng ngẫu nhiên thì biến phụ thuộc cũng là một đại lượng ngẫu nhiên. Trong chương này chúng ta khảo sát sự phụ thuộc hàm số giữa các đại lượng ngẫu nhiên.

Nghiên cứu quy luật phân phối và tích lũy các giá trị số của các tham số phân phối các biến số trong lý thuyết độ tin cậy cũng như trong các lãnh vực kỹ thuật khác đơn giản hơn rất nhiều so với sự quan hệ hàm số. Tuy nhiên, sự quan hệ hàm số giữa các tham số là rất cần thiết trong việc giải quyết các bài toán độ tin cậy. Sự phụ thuộc hàm số trong lý thuyết độ tin cậy cần thiết để ước lượng độ tin cậy của hệ thống theo các tham số độ tin cậy các phần tử.

4.1 HÀM SỐ CỦA MỘT BIẾN SỐ

Một trong các ví dụ điển hình của tính toán theo tiêu chuẩn bền là xác định quy luật phân phối ứng suất tại tiết diện nguy hiểm của chi tiết theo quy luật phân phối của tải trọng.

Giả sử cho trước mật độ phân phối $f_1(x)$ của đại lượng ngẫu nhiên X và yêu cầu xác định mật độ phân phối $f_2(y)$ của đại lượng ngẫu nhiên Y , là hàm số φ của đại lượng X , tức là $y = \varphi(x)$.

Rõ ràng rằng xác suất rơi của đại lượng ngẫu nhiên Y trên phân đoạn dy bằng xác suất rơi trên đoạn dx của đại lượng X , tức là:

$$P(y < Y < y + dy) = P(x < X < x + dx) \quad (4.1)$$

Hoặc là:

$$f_2(y)dy = f_1(x)dx \quad (4.2)$$

Khi đó mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y nhận các giá trị dương, được xác định theo công thức:

$$f_2(y) = f_1(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| = f_1[\psi(y)] \left| \frac{d[\psi(y)]}{dy} \right| \quad (4.3)$$

trong đó: $\psi(y)$ - hàm ngược của hàm số $\varphi(x)$ cho trước.

Chương 4

Ta khảo sát hàm số tuyến tính $y = a + bx$ với a và b là các hằng số cho trước.

Ta tìm hàm ngược $x = \frac{(y-a)}{b}$ và đạo hàm của chúng $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{b}$. Khi đó hàm số cần tìm là hàm mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y được xác định theo biểu thức:

$$f_2(y) = \frac{1}{b} f_1\left(\frac{y-a}{b}\right)$$

Trong trường hợp phân phối chuẩn đại lượng ngẫu nhiên X , mật độ phân phối $f_1(x)$ bằng:

$$f_1(x) = \frac{1}{S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}}$$

trong đó: m_x và S_x - các tham số phân phối.

Mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y :

$$f_2(y) = \frac{1}{bS_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[y-(a+bm_x)]^2}{2(bS_x)^2}}$$

Biểu thức cuối cùng chứng tỏ rằng đại lượng ngẫu nhiên Y được phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số m_y và S_y :

$$m_y = a + bm_x \quad \text{và} \quad S_y = bS_x$$

Ví dụ 4.1

Ứng suất tiếp xúc σ_H trên bề mặt tiếp xúc cặp bánh răng tỉ lệ với căn bậc hai của mômen xoắn T , nghĩa là $\sigma_H = b\sqrt{T}$ với b là hệ số tỉ lệ. Xác định mật độ phân phối ứng suất tiếp xúc, nếu mômen xoắn là một đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số m_T và S_T .

Giải:

Mật độ phân phối mômen xoắn như là một đại lượng ngẫu nhiên, phân phối theo quy luật chuẩn được xác định theo biểu thức:

$$f_1(T) = \frac{1}{S_T \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-m_T)^2}{2S_T^2}}$$

Ta tìm hàm số ngược với $\sigma_H = b\sqrt{T}$:

$$T = \frac{\sigma_H^2}{b^2} \quad \text{suy ra} \quad dT = \frac{2d\sigma_H}{b^2}$$

Khi đó mật độ phân phối ứng suất tiếp xúc:

$$f_2(\sigma_H) = f_1 \frac{\sigma_H^2}{b^2} \left| \frac{dT}{d\sigma_H} \right| = \frac{2\sigma_H}{b^2 S_T \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_H^2 - b^2 m_T)^2}{2b^2 S_T^2}}$$

Hàm số đại lượng ...

Như thế, phân phối ứng suất tiếp khác với quy luật phân phối chuẩn, mặc dù phân phối tải trọng là phân phối chuẩn.

4.2 HÀM SỐ PHỤ THUỘC VÀO NHIỀU BIẾN SỐ

4.2.1 Phụ thuộc tuyến tính

Phương pháp phân tích trực tiếp bằng con đường lấy tích phân để xác định trực tiếp (theo các sự phụ thuộc tổng quát của lý thuyết xác suất) mật độ phân phối theo hàm mật độ phân phối theo các biến số. Tuy nhiên, kết quả cuối cùng có thể nhận được chỉ trong vài trường hợp riêng lẻ.

Ta khảo sát trường hợp đơn giản nhất - kết hợp hai quy luật phân phối, tức là quy luật phân phối tổng Z của các đại lượng ngẫu nhiên độc lập X và Y khi đã biết mật độ phân phối của chúng là $f_1(x)$ và $f_2(y)$.

$$z = x + y$$

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)f_2(z-x)dx \quad (4.4)$$

$$\text{Hoặc: } g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z-y)f_2(y)dy \quad (4.5)$$

Kết hợp các phân phối chuẩn là một quy luật phân phối chuẩn.

Phân phối tổng các đại lượng ngẫu nhiên độc lập

Nếu $u = x + y + z$ là tổ hợp các phân phối, khi các đại lượng thành phần X, Y, Z được phân phối chuẩn, thì U cũng là một phân phối chuẩn.

Kỳ vọng toán và phương sai của đại lượng ngẫu nhiên U :

$$m_u = m_x + m_y + m_z \quad (4.6)$$

$$S_u^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (4.7)$$

trong đó: m_x, m_y, m_z - kỳ vọng toán các đại lượng ngẫu nhiên X, Y, Z ; S_x^2, S_y^2, S_z^2 - phương sai của các giá trị này.

Thiết lập quy luật phân phối của hàm số có thể bằng các phương pháp thông thường của thống kê toán theo các giá trị số riêng lẻ của hàm số, được tính khi giá trị của các biến số từ dãy số ngẫu nhiên, ví dụ theo phương pháp Monte-Carlo (chương 6).

Ví dụ 4.2

Tìm hàm mật độ xác suất của tổng hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối chuẩn $z = x+y$ với x, y là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn.

Giải:

Giả sử X và Y là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn, khi đó:

$$f_1(x) = \frac{1}{S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}}$$

$$f_2(y) = \frac{1}{S_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}}$$

Thay thế hai hàm phân phối trên vào công thức (4.5) ta có:

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(z-y-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2} \right]} dy$$

Biểu thức trên có thể viết lại ở dạng sau:

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(z-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{m_y^2}{S_y^2} \right]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{y^2}{S_x^2} - 2y \left(\frac{z-m_x}{S_x^2} \right) + \frac{y^2}{S_y^2} - 2y \left(\frac{m_y}{S_y^2} \right) \right]} dy \quad (\text{vd2-1})$$

Nếu ta đặt:

$$c_1 = \left(\frac{1}{S_x^2} + \frac{1}{S_y^2} \right)$$

và

$$c_2 = \left(\frac{m_y}{S_y^2} + \frac{z-m_x}{S_x^2} \right)$$

Khi đó biểu thức dưới dấu tích phân của công thức (vd2-1) có thể viết dưới dạng sau:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} [c_1 y^2 - 2c_2 y]} dy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} c_1 \left[y^2 - 2 \frac{c_2}{c_1} y + \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 - \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \right]} dy \quad (\text{vd2-2})$$

Định biến ngẫu nhiên mới w:

$$w = y - \frac{c_2}{c_1}$$

Biểu thức dưới dấu tích phân (vd2-2) có dạng:

$$e^{-\frac{c_2^2}{2c_1}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} c_1 w^2} dw = \sqrt{\frac{2\pi}{c_1}} e^{-\frac{c_2^2}{2c_1}} \quad \text{bởi vì} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} c_1 w^2} dw = \sqrt{\frac{2\pi}{c_1}} \quad (\text{vd2-3})$$

Từ công thức (vd2-1) và (vd2-3) ta suy ra:

Hàm số đại lượng ...

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(z-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{m_y^2}{S_y^2} \right]} \sqrt{\frac{2\pi S_x^2 S_y^2}{(S_x^2 + S_y^2)}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{m_y S_x^2 + (z-m_x) S_y^2}{S_x^2 S_y^2} \right]^2 \left(\frac{S_x^2 S_y^2}{S_x^2 + S_y^2} \right)} \quad (\text{vd2-4})$$

Sau các phép đơn giản ta thu được:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(S_x^2 + S_y^2)}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{z-(m_x+m_y)}{\sqrt{(S_x^2+S_y^2)}} \right]^2} \quad (\text{vd2-5})$$

Từ phương trình này ta suy ra z là biến ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với:

$$\begin{aligned} m_z &= m_x + m_y \\ S_z^2 &= S_x^2 + S_y^2 \end{aligned}$$

Ví dụ 4.3

Khả năng tải S của chi tiết máy và tải trọng tác dụng L được phân phối theo quy luật chuẩn. Xác định quy luật phân phối hàm số $Z = S - L$. Tính xác suất $P(Z > 0)$ được gọi là xác suất không hỏng hoặc xác suất làm việc không hỏng nếu như giá trị trung bình (kỳ vọng toán) của khả năng tải và tải trọng tương ứng sẽ bằng $m_S = 3.10^3$ N, $m_L = 1,6.10^3$ N; sai lệch bình phương trung bình S và L tương ứng sẽ bằng $S_S = 0,5.10^3$ N và $S_L = 0,3.10^3$ N.

Giải:

Phân phối của hiệu Z được mô tả bằng các quy luật chuẩn với các tham số:

$$m_z = m_S - m_L = 3.10^3 - 1,6.10^3 = 1,4.10^3 \text{ N}$$

$$S_z = \sqrt{S_S^2 + S_L^2} = \sqrt{(0,5.10^3)^2 + (0,3.10^3)^2} = 0,583.10^3 \text{ N}$$

Mật độ phân phối của hiệu Z.

$$f(z) = \frac{1}{S_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}}$$

Hàm phân phối:

$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(z) dz = F_0(z_1)$$

trong đó: $F_0(z_1)$ - hàm phân phối chuẩn tra bảng (khi $z_1 = -2,4$ thì $F_0(-2,4) = 0,0082$); z_1 - điểm phân vị phân phối chuẩn chuẩn hóa.

Điểm phân vị:

$$z_1 = \frac{z-m_z}{S_z}$$

$$\text{Khi } z = 0 \text{ thì điểm phân vị } z_1 = -\frac{m_z}{S_z} = -\frac{1,4 \cdot 10^3}{0,583 \cdot 10^3} = -2,40$$

Trong khi tính $P(Z < z) = F(z)$ ta thu được.

$$P(Z < 0) = F_0(-2,4) = 0,0082$$

Suy ra xác suất làm việc không hỏng (tra phụ lục 1).

$$P(Z > 0) = 1 - P(Z < 0) = 1 - 0,0082 = 0,9918$$

Ví dụ 4.4

Thời gian làm việc cho đến lúc hỏng t là hàm số của ứng suất σ và được biểu diễn bằng sự phụ thuộc (phương trình đường cong theo quan điểm xác suất):

$$\lg t = b \lg \sigma + US_0 + A$$

trong đó: b, S_0, A - các hằng số được xác định theo kết quả thử nghiệm mới; U - đại lượng ngẫu nhiên chuẩn hóa, phân phối theo quy luật chuẩn với $m_u = 0$ và $S_u = 1$.

Xác định mật độ phân phối thời gian làm việc cho đến lúc hỏng nếu logarit ứng suất $\lg \sigma$ là đại lượng ngẫu nhiên, phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số $m_{\lg \sigma}$ và $S_{\lg \sigma}$.

Giải:

Logarit thời gian làm việc cho đến lúc hỏng là hàm tuyến tính của hai đại lượng ngẫu nhiên của các đại lượng phân phối chuẩn $\lg \sigma$ và U là phân phối chuẩn với các tham số:

$$m_{\lg t} = b m_{\lg \sigma} + m_u S_0 + A = b m_{\lg \sigma} + A$$

$$\text{và } S_{\lg t} = \sqrt{b^2 S_{\lg \sigma}^2 + S_0^2 S_u^2} = \sqrt{b^2 S_{\lg \sigma}^2 + S_0^2}$$

Mật độ phân phối chuẩn logarit thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$f_1(\lg t) = \frac{1}{S_{\lg t} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S_{\lg t}^2}}$$

Mật độ phân phối thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$f(t) = \frac{0,4343}{t S_{\lg t} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S_{\lg t}^2}}$$

4.2.2 Phụ thuộc phi tuyến

Trong thực tế, các đại lượng ngẫu nhiên S và L lại phụ thuộc phi tuyến vào nhiều yếu tố khác nhau nên để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ta sử dụng nhiều phương pháp. Ví dụ mô phỏng Monte Carlo (chương 6), phân tích chuỗi Taylor (chương 5), ..., các

Hàm số đại lượng ...

đại lượng ngẫu nhiên S và L phụ thuộc vào nhiều biến số $z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ta sử dụng xấp xỉ bậc nhất hoặc bậc hai của dãy Taylor để xác định giá trị trung bình m_z và sai lệch bình phương trung bình S_z^2 của hàm khả vi $z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ của các biến ngẫu nhiên độc X_1, X_2, \dots, X_n . Nếu hàm $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ xấp xỉ bậc nhất trên miền nào đó trong phạm vi vài sai lệch bình phương trung bình với giá trị trung bình $(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn})$ của (X_1, X_2, \dots, X_n) , sau đó xấp xỉ bậc nhất sẽ được ước lượng thỏa. Để ước lượng chính xác hơn ta có thể sử dụng xấp xỉ bậc 2.

Xấp xỉ bậc nhất

Giá trị trung bình:

$$m_z = g(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn}) \quad (4.8)$$

Phương sai:

$$S_z^2 = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \right]_m^2 S_{x1}^2 + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2} \right]_m^2 S_{x2}^2 + \dots + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n} \right]_m^2 S_{xn}^2 \quad (4.9)$$

Xấp xỉ bậc hai

Giá trị trung bình:

$$m_z = g(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn}) + \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_1^2} \right]_m S_{x1}^2 + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_2^2} \right]_m S_{x2}^2 + \dots + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_n^2} \right]_m S_{xn}^2 \right\} \quad (4.10)$$

Phương sai:

$$S_z^2 = \left\{ \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \right]_m^2 S_{x1}^2 + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2} \right]_m^2 S_{x2}^2 + \dots + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n} \right]_m^2 S_{xn}^2 \right\} + \frac{1}{4} \left\{ \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_1^2} \right]_m S_{x1}^2 + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_2^2} \right]_m S_{x2}^2 + \dots + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_n^2} \right]_m S_{xn}^2 \right\}^2 \quad (4.11)$$

trong đó: X_1, X_2, \dots, X_n - các đại lượng ngẫu nhiên độc lập; $m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn}$ - các kỳ vọng toán của chúng; $S_{x1}, S_{x2}, \dots, S_{xn}$ - các phương sai của chúng.

Chỉ số m_{xi} tại đạo hàm $\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)_{m_{xi}}$ có nghĩa là người ta xác định giá trị số của chúng với $X_i = m_{xi}$.

Khi đó tỉ số:

$$\beta = \frac{m_z}{S_z} = \frac{g(m_{x1}, m_{x2}, \dots, m_{xn})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_{m_{xi}}^2 S_{xi}^2}} \quad (4.12)$$

được gọi là *chỉ số độ tin cậy theo giá trị trung bình mômen thứ hai bậc nhất*:

- *Bậc nhất* vì ta sử dụng khai triển chuỗi Taylor bậc nhất
- *Mômen thứ hai* vì ta sử dụng chỉ có giá trị trung bình và phương sai
- *Giá trị trung bình* là do ta khai triển chuỗi Taylor chung quanh giá trị trung bình.

Nếu các kỳ vọng toán của các biến số không trùng với các giá trị danh nghĩa của chúng, được chỉ ra trong các tài liệu kỹ thuật, thì các tham số phân phối của hàm số có thể xác định qua các giá trị danh nghĩa của hàm số y_n , các biến số $x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{nn}$ và các giá trị đạo hàm riêng của hàm số với các giá trị danh nghĩa của biến số.

Khi đó:

$$m_y = y_n + \sum \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)_{x_{in}} S_{xi}^2 (x_{in} - m_{xi}) \quad (4.13)$$

$$S_y^2 = \sum \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)_{x_{in}}^2 S_{xi}^2 \quad (4.14)$$

Ví dụ 4.5

Ước lượng bằng phương pháp tuyến tính hóa các đặc tính số của hệ số an toàn độ bền n , bằng tỉ số khả năng tái S và tải trọng tác dụng L . Các giá trị trung bình S và L tương ứng bằng $m_S = 4.10^3$ N và $m_L = 2.10^3$ N, hệ số biến phân $v_S = 0,12$ và $v_L = 0,15$.

Giải:

Giá trị trung bình (kỳ vọng toán) của hệ số an toàn độ bền được gọi là hệ số an toàn theo tải trọng trung bình

$$\bar{n} = \frac{m_S}{m_L} = \frac{4.10^3}{2.10^3} = 2$$

Sai lệch bình phương trung bình của hàm số $n = \frac{S}{L}$:

$$S_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial S} \right)_{m_S}^2 S_S^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial L} \right)_{m_L}^2 S_L^2} = \sqrt{\frac{S_S^2}{m_L^2} + \frac{S_L^2 m_S^2}{m_L^4}}$$

Nếu thay giá trị hệ số biến phân $v_S = \frac{S_S}{m_S}$ và $v_L = \frac{S_L}{m_L}$ thì ta nhận

được biểu thức đối với sai lệch bình phương trung bình của hệ số an toàn:

$$S_n = \bar{n} \sqrt{v_R^2 + v_F^2} = 2 \sqrt{0,12^2 + 0,15^2} = 0,384$$

4.3 PHÂN TÍCH TƯƠNG QUAN TRONG CÁC PHỤ THUỘC ĐỘ TIN CẬY

Vì lý thuyết xác suất dựa trên các đại lượng ngẫu nhiên cho nên trong lý thuyết này người ta sử dụng các phụ thuộc xác suất ngẫu nhiên thay cho các phụ thuộc hàm số.

Hai đại lượng ngẫu nhiên, như đã biết là **độc lập** với nhau, nếu như mỗi quy luật phân phối của đại lượng này không phụ thuộc vào giá trị của đại lượng ngẫu nhiên khác. Các đại lượng ngẫu nhiên này có thể là giới hạn mỗi vật liệu chi tiết và hệ số tập trung ứng suất lý thuyết tại tiết diện nguy hiểm của chi tiết.

Các đại lượng được gọi là **phụ thuộc hàm số** nếu như ta biết được giá trị của một đại lượng thì suy ra một giá trị cụ thể đã biết của đại lượng kia. Ví dụ cho sự phụ thuộc này là ứng suất và biến dạng trong các chi tiết biến dạng đàn hồi.

Cuối cùng, các đại lượng gọi là quan hệ theo sự **phụ thuộc xác suất** hoặc **ngẫu nhiên** nếu như theo giá trị đã biết của một đại lượng không tương ứng với một giá trị cụ thể mà tương ứng với quy luật phân phối của đại lượng khác.

Các sự phụ thuộc xác suất không chỉ phụ thuộc vào các yếu tố tổng quát mà còn vào các yếu tố ngẫu nhiên khác nhau. Các sự phụ thuộc xác suất đặc trưng bởi xu hướng thay đổi của một đại lượng ngẫu nhiên trong sự phụ thuộc vào sự thay đổi của đại lượng khác. Chúng có thể chặt chẽ nhiều hơn hoặc ít hơn trong giới hạn không có sự phụ thuộc và có sự phụ thuộc hàm số. Thí dụ điển hình của mối quan hệ xác suất có thể là sự phụ thuộc giữa khối lượng và chiều cao con người.

Trong kỹ thuật các mối quan hệ xác suất rất phổ biến (ví dụ liên hệ giữa các đặc tính vật liệu và giữa các tham số cụm máy riêng biệt).

Nghiên cứu sự phụ thuộc xác suất giữa các đại lượng ngẫu nhiên là đối tượng của phân tích tương quan.

Thông tin đầy đủ về sự liên hệ xác suất của hai đại lượng ngẫu nhiên là mật độ phân phối chung $f(x, y)$ hoặc mật độ phân phối (có điều kiện) $f(x/y)$, $f(y/x)$ tức là mật độ phân phối các đại lượng ngẫu nhiên X và Y khi cho trước các giá trị cụ thể x và y tương ứng.

Mật độ chung và mật độ phân phối có điều kiện liên hệ bởi các biểu thức dưới đây:

$$f(x,y) = f\left(\frac{y}{x}\right) \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dy \quad (4.15)$$

$$f(x,y) = f\left(\frac{x}{y}\right) \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dx \quad (4.16)$$

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên độc lập mật độ phân phối chung $f(x,y)$ bằng tích các mật độ phân phối các đại lượng ngẫu nhiên X và Y :

$$f(x,y) = f_x(x)f_y(y) \quad (4.17)$$

Các đặc tính chủ yếu của các sự phụ thuộc xác suất là covarian và hệ số tương quan.

Covarian: Covarian của hai đại lượng ngẫu nhiên X và Y xác định theo các công thức sau:

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên rời rạc:

$$\text{cov}(X, Y) = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y) p_{ij} \quad (4.18)$$

Đối với trường hợp liên tục:

$$\text{cov}(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) dx dy \quad (4.19)$$

trong đó: m_x và m_y - kỳ vọng toán của các đại lượng ngẫu nhiên X và Y ; p_{ij} - xác suất có giá trị riêng lẻ x_i và y_j .

Covarian đặc trưng đồng thời sự liên quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên và độ phân tán của chúng. Theo thứ nguyên chúng tương ứng với phương sai các đại lượng ngẫu nhiên độc lập.

Nếu các đại lượng ngẫu nhiên là độc lập thì covarian bằng không bởi vì chúng có thể biểu diễn như là tích các mômen trung tâm của các đại lượng X và Y , mà các đại lượng này có giá trị bằng 0.

Nếu một trong các đại lượng ngẫu nhiên có độ phân tán nhỏ thì covarian sẽ nhỏ mặc dầu có sự quan hệ chặt chẽ giữa các đại lượng ngẫu nhiên cho nên để rút ra các đặc tính quan hệ giữa các đại lượng ngẫu nhiên ta chuyển sang **hệ số tương quan**:

$$\rho(X, Y) = \text{cov}(X, Y) \frac{1}{S_x S_y} \quad (4.20)$$

trong đó: S_x và S_y - sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên X và Y .

Hệ số tương quan đặc trưng cho mức độ chặt chẽ sự phụ thuộc và có thể thay đổi trong miền giới hạn $-1 \leq \rho \leq 1$. Giá trị $\rho = 1$ và $\rho = -1$ tương ứng sự phụ thuộc hàm số, giá trị $\rho = 0$ tương ứng sự không tương quan các

Hàm số đại lượng ...

đại lượng ngẫu nhiên. Đối với các đại lượng ngẫu nhiên độc lập ta có $\rho = 0$. Tuy nhiên $\rho = 0$ không thể kết luận chúng độc lập.

Ta khảo sát sự tương quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên cũng như giữa các sự kiện và tương quan tập hợp. Đặc trưng của mối quan hệ giữa nhiều sự kiện và đại lượng ngẫu nhiên.

Bằng cách phân tích tương tự sự liên hệ xác suất người ta xác định kỳ vọng toán có điều kiện các đại lượng ngẫu nhiên $m_{y/x}$, $m_{x/y}$ tức là kỳ vọng toán các đại lượng ngẫu nhiên Y và X tương ứng với các giá trị cụ thể x và y cho trước.

Sự phụ thuộc kỳ vọng toán có điều kiện $m_{y/x}$ vào x gọi là **phép hồi quy** Y theo X. Sự phụ thuộc $m_{x/y}$ vào y tương ứng được gọi là phép hồi quy X theo Y.

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn Y và X, phương trình hồi quy có dạng:

$$m_{y/x} = m_y + \rho \frac{S_y}{S_x} (x - m_x) \quad (4.21)$$

Đối với phép hồi quy X theo Y:

$$m_{x/y} = m_x + \rho \frac{S_x}{S_y} (y - m_y) \quad (4.22)$$

trong đó: ρ - hệ số tương quan; m_x , m_y và S_x , S_y - kỳ vọng toán và sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên tương ứng.

Lĩnh vực ứng dụng quan trọng phân tích tương quan trong các bài toán độ tin cậy là xử lý và tổng kết các kết quả quan sát khi làm việc (vận hành).

Kết quả quan sát các đại lượng ngẫu nhiên Y và X được biểu diễn bằng các cặp giá trị y_i , x_i của lần quan sát thứ i, trong đó $i=1, 2, \dots, n$, với n là số các quan sát.

Ước lượng r của hệ số tương quan ρ xác định theo công thức:

$$r = \frac{\sum (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{(n-1)s_x s_y} \quad (4.23)$$

trong đó: μ_x , μ_y - tương ứng ước lượng kỳ vọng toán m_x , m_y , tức là giá trị

trung bình từ n quan sát: $\mu_x = \frac{1}{n} \sum x_i$; $\mu_y = \frac{1}{n} \sum y_i$; s_x , s_y - tương ứng ước lượng các sai lệch bình phương trung bình S_x và S_y :

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \mu_x)^2} \quad (4.24)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (y_i - \mu_y)^2} \quad (4.25)$$

Đặt ước lượng các kỳ vọng toán có điều kiện $m_{y/x}$, $m_{x/y}$ tương ứng là μ_y và μ_x , phương trình hồi quy thực nghiệm Y theo X và X theo Y được viết dưới dạng sau:

$$Y = \mu_y + r \frac{s_y}{s_x} (x - \mu_x) \quad (4.26)$$

$$X = \mu_x + r \frac{s_x}{s_y} (y - \mu_y) \quad (4.27)$$

Tuy nhiên chỉ có một trong hai phương trình hồi quy kể trên có ý nghĩa thực tế.

Nhận xét rằng khi hệ số tương quan $r = 1$ các phương trình hồi quy là đồng nhất.

4.4 BÀI TẬP

4.1 Hiệu suất η của bộ truyền vít me – đai ốc (ren hình thang cân) được xác định bởi công thức:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho')}$$

trong đó: γ - góc nâng của ren; $\rho' = \operatorname{arctg} f = \operatorname{arctg} \left(\frac{f}{\cos \beta} \right)$ - góc ma sát với f

- hệ số ma sát và β - nửa góc đỉnh ren.

Nếu γ , β và f là các đại lượng ngẫu nhiên với giá trị trung bình và hệ số biến phân: $\beta = 30^\circ$; $\bar{\gamma} = 10^\circ$; $\bar{f} = 0,1$; $v_\gamma = 0,05$; $v_\beta = 0,05$; $v_f = 0,1$. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của η .

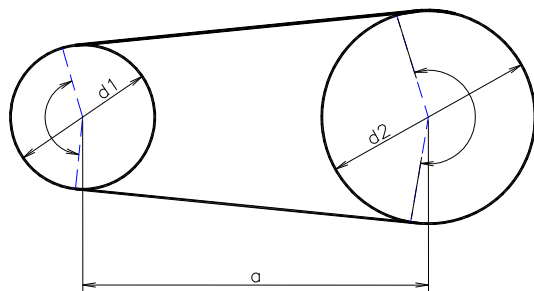
4.2 Chiều dài đai l của bộ truyền đai dẹt (hình 4.1) xác định theo công thức.

$$l = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

trong đó: a - khoảng cách trục; d_1, d_2 - đường kính bánh dẫn và bị dẫn.

Nếu a, d_1 , d_2 là các đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{d}_1 = 100$ mm, $\bar{d}_2 = 200$ mm; $S_{d1} = 1$ mm; $S_{d2} = 2,5$ mm; $\bar{a} = 1000$ mm $S_a = 50$ mm. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của chiều dài đai.

Hàm số đại lượng ...



Hình 4.1

4.3 Ứng suất tiếp xúc lớn nhất giữa hai hình trụ bằng thép dưới tác dụng của lực F được xác định bởi:

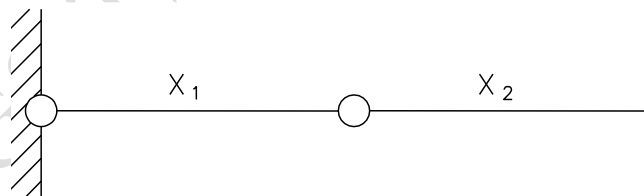
$$\sigma_H = \sqrt{\frac{FE(d_1 + d_2)}{\pi l(1 - \mu^2)d_1 d_2}}$$

trong đó: E - môđun đàn hồi; l - chiều dài tiếp xúc dọc trục.

Nếu $(\bar{F}, S_{\bar{F}}) = (10000, 2000)N$; $(\bar{l}, S_l) = (0,2, 0,002)m$; $(\bar{E}, S_E) = (2,06, 1,03)10^5 MPa$; $(\bar{\mu}, S_{\mu}) = (0,3, 0,015)$; $(\bar{d}_1, S_{d_1}) = (0,1; 0,01)m$ và $(\bar{d}_2, S_{d_2}) = (0,25; 0,025)m$. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất tiếp xúc.

4.4 Hai thanh có chiều dài X_1 và X_2 được nối như hình 4.2. Nếu X_1 và X_2 phân phối đều trong khoảng tương ứng $(0,2)$ và $(0,3)$. Xác định hàm phân phối xác suất của tổng chiều dài $X_1 + X_2$.

Tìm xác suất để tổng $X_1 + X_2 \geq 3,5$.

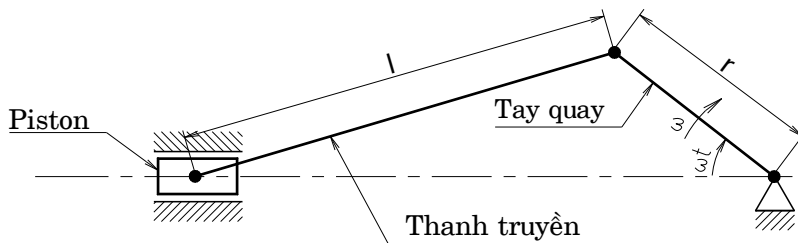


Hình 4.2

4.5 Lực quán tính F trên động cơ piston (hình 4.3) được xác định theo công thức:

$$F = m r \omega^2 \cos \omega t + m \frac{r^2 \omega^2}{l} \cos 2 \omega t$$

trong đó: m - khối lượng piston; r - chiều dài tay quay; l - chiều dài thanh truyền; ω - vận tốc góc của tay quay và t là thời gian.

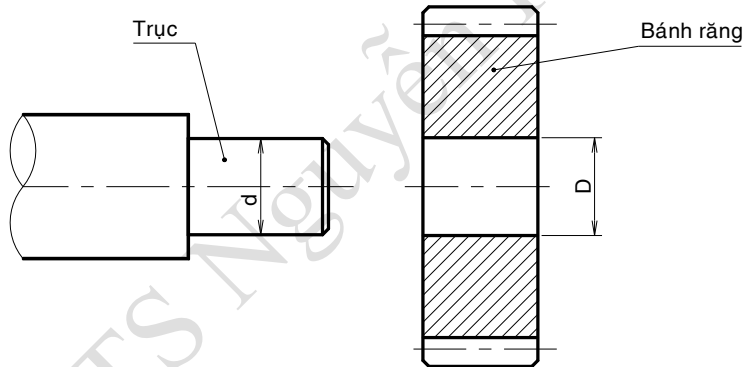


Hình 4.3

Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của F khi $t = 0,003333$ s. Biết rằng các m , r , ω và l là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập với giá trị trung bình và hệ số biến phân có các giá trị sau:

$$\bar{m} = 1\text{kg}; \quad v_m = 0,1; \quad \bar{r} = 7,5\text{cm}; \quad v_r = 0,05; \quad l = 30\text{cm}; \quad v_l = 0,05; \quad \omega = 1500\text{vg/ph}; \quad v_\omega = 0,10.$$

4.6 Bánh răng được lắp vào trục với mỗi ghép có độ dôi như hình 4.4. Nếu như đường kính trục $d = N(50,254, 0,127)$ mm và đường kính lỗ $D = N(49,53, 0,127)$ mm. Xác định hàm mật độ phân phối của mỗi lắp có độ dôi giữa hai chi tiết.



Hình 4.4

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH THEO ĐỘ TIN CẬY BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH XẤP XỈ

5.1 GIỚI THIỆU

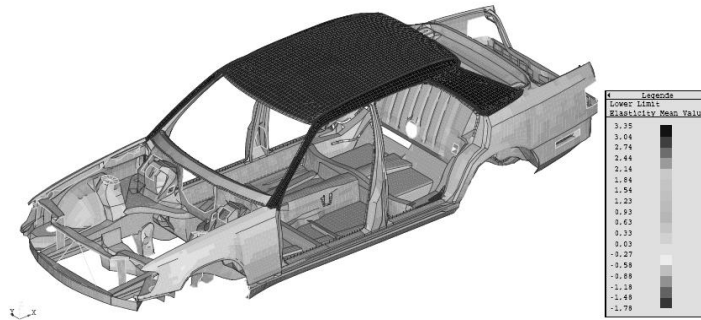
Trong phương pháp thiết kế truyền thống, còn gọi là thiết kế đơn định, ta thiết kế các chi tiết máy theo các chỉ tiêu về khả năng làm việc, độ an toàn của chi tiết cơ khí hoặc kết cấu là hệ số an toàn. Tuy nhiên trong thực tế các đại lượng thiết kế là các đại lượng ngẫu nhiên, sự thay đổi ngẫu nhiên là do ba nguyên nhân chính: sự thay đổi các thông số (sự gia công không chính xác, tải trọng ngoài thay đổi ngẫu nhiên, cơ tính vật liệu...), sai số mô hình tính toán (ví dụ công thức xác định ứng suất thu được theo nhiều giả thuyết khác nhau...), sai số do phương pháp tính (sai số giữa phương pháp số và phương pháp giải tích...). Trong thiết kế các hệ thống phức tạp sự thay đổi nhỏ các thông số đầu vào là nguyên nhân dẫn đến mất mát chất lượng hoặc không đảm bảo độ tin cậy, an toàn (gây nên các sự kiện hỏng hóc nghiêm trọng) cho sản phẩm.

Một cách đơn giản chúng ta có thể chia các phương pháp phân tích theo độ tin cậy ra là 2 nhóm: phân tích độ tin cậy theo toán học và phân tích độ tin cậy theo vật lý. Phân tích độ tin cậy theo toán học thì độ tin cậy của một hệ thống hay một thành phần sẽ được xác định bằng cách thử nghiệm. Hệ thống và các thành phần đặc biệt thông thường sẽ được thử nghiệm đến hỏng hóc. Thời gian hỏng hóc, loại hỏng hóc và thời gian sửa chữa được lưu lại. Các thông tin về thời gian dừng sử dụng thông thường cũng sẽ được lưu lại và đưa vào cơ sở dữ liệu. Sau đó quá trình phân tích thống kê sẽ được sử dụng để xác định độ tin cậy của hệ thống, ước lượng rủi ro và nâng cao độ tin cậy. “Kiểm nghiệm” và “thử” là công cụ việc phân tích độ tin cậy theo toán học và nó đã được ứng dụng trong các lĩnh vực kỹ thuật hiện hành trong nhiều năm qua.

Thực tế thì thiết kế kỹ thuật đã có những bước phát triển đáng kể và chúng ta đã có một phương pháp thiết kế mới tiến bộ hơn đó là phương pháp thiết kế theo độ tin cậy trên cơ sở vật lý với sự hỗ trợ bởi các phương pháp mô phỏng và tổng hợp hiện đại. Theo phương pháp này độ tin cậy có thể được tính toán thông qua các công thức vật lý và quá trình mô phỏng

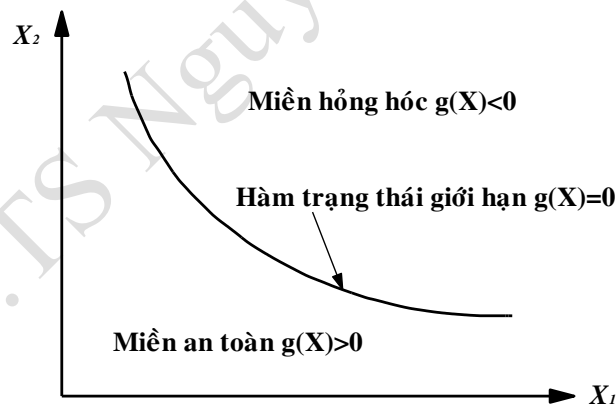
Chương 5

bằng máy tính để xác định trạng thái hỏng hóc. Ví dụ ở hình 5.1 là hình ảnh của ô tô, quá trình mô phỏng thông qua các mô hình phần tử hữu hạn tuyến tính hay phi tuyến sẽ được tạo ra để ước đoán các hành vi (bao gồm cả các trường hợp hỏng hóc và tai nạn) và độ tin cậy có thể được tính toán một cách chính xác dựa trên các mô hình mô phỏng.



Hình 5.1 Mô hình tính toán phương pháp phần tử hữu hạn

Chú ý rằng các đặc tính xác suất được nêu ra ở đây không phải lúc nào cũng giống nhau đối với tất cả các bài toán phân tích độ tin cậy. Phụ thuộc vào các ứng dụng khác nhau các đặc tính xác suất khác nhau sẽ được sử dụng.



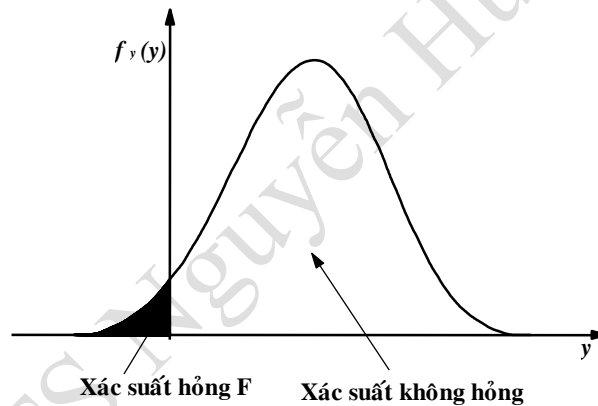
Hình 5.2 Khái niệm hàm trạng thái giới hạn

Trong một số trường hợp chúng ta không thể có các thông tin về hàm phân phối của các biến đầu vào mà chỉ biết các các giá trị mômen (ví dụ như: giá trị trung bình, sai lệch chuẩn...). Khi đó bài toán phân tích độ tin cậy: tìm kiếm các giá trị mômen các biến đáp ứng (biến đầu ra) $Y = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ khi chúng ta đã biết trước giá trị mômen của các biến đầu vào $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

Hàm trạng thái giới hạn $Y = g(\mathbf{X})$ là một hàm biểu diễn mối quan hệ giữa đặc tính Y và các biến ngẫu nhiên đầu vào X . Khi giá trị của hàm trạng thái giới hạn vượt quá một ngưỡng nào đó thì trạng thái của thiết bị sẽ thay đổi từ trạng thái an toàn sang trạng thái hư hỏng. Nếu chúng ta lấy mức 0 như là ngưỡng của hàm trạng thái thì hàm $Y = g(\mathbf{X}) = 0$ sẽ chia không gian của biến thiết kế ra làm hai vùng: vùng an toàn và vùng hỏng hóc. Vì lý do trên nên hàm đặc tính $Y = g(\mathbf{X})$ còn được coi là hàm trạng thái giới hạn trong quá trình phân tích và thiết kế theo độ tin cậy. Hình 5.2 chỉ ra hàm trạng thái giới hạn đối với các bài toán 2 chiều.

Ví dụ, nếu hàm trạng thái giới hạn $Y = g(\mathbf{X}) = S - L$ với S và L tương ứng là độ bền và ứng suất thì ta có $Y = g(\mathbf{X}) = S - L = 0$ là hàm trạng thái giới hạn và vùng $Y = g(\mathbf{X}) = S - L > 0$ được gọi là vùng an toàn, còn vùng $Y = g(\mathbf{X}) = S - L < 0$ được gọi là vùng không an toàn.



Hình 5.3 Khái niệm độ tin cậy

Trong tính toán theo độ tin cậy trên cơ sở vật lý, công thức xác định độ tin cậy được trình bày như sau:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) \quad (5.1)$$

Xác suất hỏng là:

$$F = 1 - R = P(g(\mathbf{X}) < 0) \quad (5.2)$$

Như ta đã nêu hàm trạng thái giới hạn là $Y = g(\mathbf{X}) = S - L$ và độ tin cậy là:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = P(S - L > 0) \quad (5.3)$$

đó chính là xác suất của ứng suất giới hạn lớn hơn ứng suất tính toán thực tế.

5.2 TỔNG QUAN QUÁ TRÌNH PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY

Mục đích của việc phân tích độ tin cậy là để tìm ra đặc tính xác suất của hàm trạng thái giới hạn $Y = g(\mathbf{X})$ được cho bởi phân phối của các biến ngẫu nhiên \mathbf{X} . Kế tiếp nếu không yêu cầu thì chúng ta xem tất cả các biến thiết kế là độc lập tuyến tính.

Hàm phân phối tích lũy được xác định theo công thức:

$$F_y(y) = P(g(\mathbf{X}) < y) \quad (5.4)$$

Từ công thức (5.1) ta có xác suất hỏng hóc là giá trị của hàm phân phối tích lũy tại giá trị $y=0$.

$$F = P(g(\mathbf{X}) < 0) = F_y(0) \quad (5.5)$$

Theo lý thuyết thì chúng ta có thể tính toán giá trị của hàm $F_y(y)$ theo công thức sau:

$$F_y(y) = \int \dots \int_{g(\mathbf{X}) \leq y} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2, \dots, dx_n \quad (5.6)$$

Hàm dưới dấu tích phân f_{X_1, X_2, \dots, X_n} là hàm hợp của hàm mật độ phân phối của biến \mathbf{X} và được cho bởi công thức:

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_n} = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) \quad (5.7)$$

với f_{X_i} là hàm mật độ phân phối của biến X_i .

Nếu giá trị của hàm phân phối tích lũy $Y = g(\mathbf{X})$ là liên tục thì dựa vào hàm phân phối tích lũy này chúng ta sẽ dễ dàng xác định được các đặc tính xác suất của hàm này.

Trong thực tế thì việc ước lượng công thức tích phân (5.6) gặp rất nhiều khó khăn. Vì thường thì các hàm trạng thái giới hạn $Y = g(\mathbf{X})$ là các hàm phi tuyến của biến \mathbf{X} , do vậy điều kiện biên của tích phân cũng phi tuyến. Vì số biến ngẫu nhiên trong các ứng dụng thực tế thường lớn, cho nên phải sử dụng tích phân nhiều lớp. Khi đó việc tính toán trực tiếp giá trị của hàm trạng thái giới hạn từ các công thức tích phân trên gặp nhiều khó khăn và đòi hỏi mất nhiều thời gian. Tùy thuộc vào mức độ phức tạp, chúng ta rất hiếm khi tìm thấy giải pháp tổng thể có thể sử dụng để tính toán các công thức trên ở các trường hợp khác nhau. Và việc sử dụng các công cụ tích phân số để giải quyết các vấn đề này cũng thường gặp phải

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

các vấn đề rất khó khăn. Để giải quyết vấn đề này người ta đã phải sử dụng các phương pháp xấp xỉ để tính toán.

Như đã giới thiệu ở mục 5.1 độ tin cậy được định nghĩa là xác suất của hàm đặc tính (hàm trạng thái giới hạn) $g(\mathbf{X}) > 0$, tương ứng với giá trị xác suất của các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ nằm trong vùng an toàn và được xác định bởi $g(\mathbf{X}) > 0$. Xác suất hỏng là xác suất của hàm đặc tính (hàm trạng thái giới hạn) $g(\mathbf{X}) < 0$, tương ứng với giá trị xác suất của các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ nằm trong vùng không an toàn và được xác định bởi $g(\mathbf{X}) < 0$. Xác suất hỏng được tính từ công thức (5.6) với $y = 0$:

$$F = P(g(\mathbf{X}) < 0) = \int_{g(\mathbf{X}) < 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.8)$$

Và độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = 1 - F = P(g(\mathbf{X}) > 0) = \int_{g(\mathbf{X}) > 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.9)$$

Phương pháp mô phỏng Monte Carlo có thể được sử dụng để ước lượng các công thức tích phân trên, tuy nhiên việc sử dụng công cụ này đòi hỏi tốn nhiều thời gian và nó cũng bị hạn chế bởi tốc độ xử lý của máy tính và khi đó chi phí cho việc tính toán các công thức tích phân này sẽ rất cao. Từ những thập niên gần đây các phương pháp xấp xỉ đã được nghiên cứu, ứng dụng cho việc tính toán các công thức này cũng như ứng dụng trong việc tính toán độ tin cậy của kết cấu và các lĩnh vực kỹ thuật khác.

Các phương pháp phổ biến thường được sử dụng trong việc phân tích độ tin cậy là phương pháp mômen thích hợp, phương pháp xấp xỉ bậc nhất và phương pháp xấp xỉ bậc hai ... Nội dung chính của các phương pháp này đó chính là làm đơn giản quá trình tính toán các công thức trên thông qua việc làm đơn giản hoá các công thức dưới dấu tích phân $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ và xấp xỉ hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$. Thông qua các kỹ thuật là đơn giản hóa và xấp xỉ thì việc tính toán các công thức tích phân trên sẽ dễ dàng thực hiện được.

Tất cả các biến ngẫu nhiên X trong các phương pháp này được giả định là độc lập. Các phương pháp này cũng có thể được dùng để giải quyết các bài toán với các biến thiết kế có quan hệ tương quan, sau khi các biến này được chuyển đổi thành các biến độc lập.

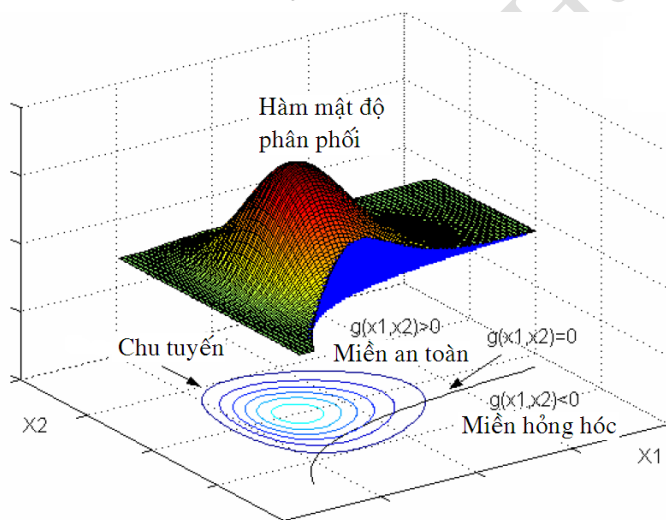
5.3 PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ BẬC NHẤT

Tên gọi của phương pháp này xuất phát từ việc sử dụng dạng xấp xỉ trong quá trình tính toán: hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$ được xấp xỉ bởi kỹ thuật khai triển chuỗi Taylor bậc nhất.

Để dễ hình dung công thức tích phân (5.8) và (5.9) ở trên có thể được biểu diễn trong không gian ba chiều như hình 5.4. Hình trên là hình biểu diễn hàm mật độ phân phối $f_x(\mathbf{x})$ và các chu tuyến – hình chiếu của $f_x(\mathbf{x})$ trên mặt phẳng $X_1 - X_2$.

Độ tin cậy được định nghĩa là xác suất của hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X}) > 0$, tương ứng với giá trị xác suất các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ nằm trong vùng an toàn, được xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = \int_{g(\mathbf{X}) > 0} f_x(\mathbf{x}) dx \quad (5.10)$$



Hình 5.4 Tích phân xác suất

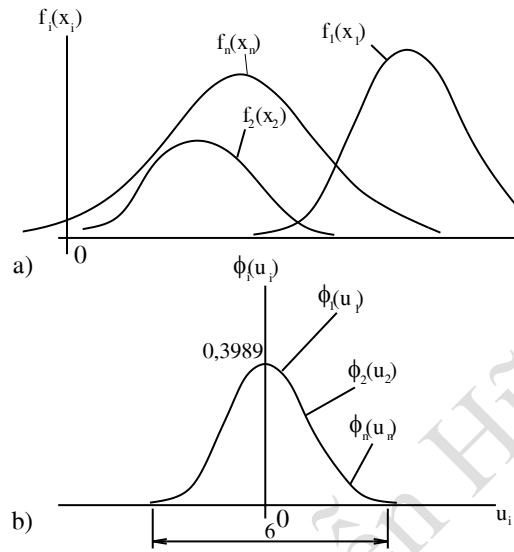
Phương pháp xấp xỉ bậc nhất gồm hai bước: đầu tiên chuyển các biến ngẫu nhiên ban đầu sang không gian chuẩn, tiếp theo là xấp xỉ hàm trạng thái giới hạn [21, 22, 11].

Để chuyển các biến ngẫu nhiên từ không gian ngẫu nhiên ban đầu sang không gian chuẩn thì đầu tiên hàm dưới dấu tích phân $f_x(\mathbf{x})$ được đơn giản hóa bằng cách biến đổi các biến ngẫu nhiên. Không gian của các biến ngẫu nhiên ban đầu $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ được gọi là không gian X (hình 5.5a). Chuyển tất cả các biến ngẫu nhiên thiết kế từ không gian X sang

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cây bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

không gian chuẩn U với giá trị trung bình của các biến này bằng 0 và sai lệch chuẩn bằng 1 (hình 5.5b).

$$F_{x_i}(x_i) = \Phi(u_i) \quad \text{với } X_i = m_{x_i} + U_i S_{x_i} \quad (5.11)$$



Hình 5.5

Sau khi biến đổi hàm trạng thái giới hạn này có dạng $Y = g(\mathbf{U})$.

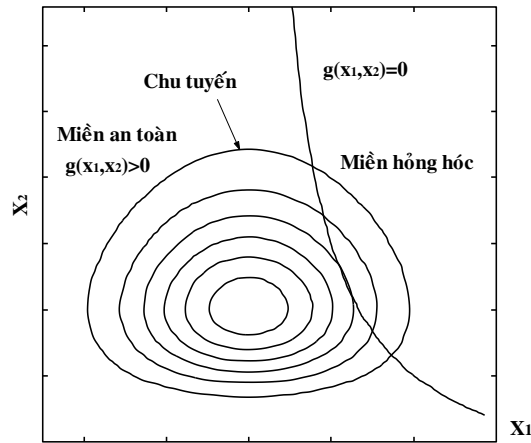
Khi đó độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{U}) > 0) = \int_{g(\mathbf{U}) > 0} \phi_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (5.12)$$

Vì các biến u_i là độc lập, nên hàm $\phi_{\mathbf{U}}(\mathbf{u})$ được xác định:

$$\phi_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} \quad (5.13)$$

Chú ý rằng sau khi chuyển đổi thì hàm dưới dấu tích phân (5.12) trong không gian U là tương tự như hàm dưới dấu thức tích phân ở công thức (5.9) trong không gian X và quá trình biến đổi đó không làm giảm độ chính xác của kết quả tính toán, tuy nhiên các đường chu tuyến của hàm $f_u(\mathbf{U})$ sẽ được chuyển đổi thành các đường tròn đồng tâm (hay là các đường siêu cầu đối với các bài toán đa chiều) và được biểu diễn ở hình 5.6 trang sau.



Hình 5.6 Tích phân xác suất trong không gian thiết kế

Để việc tính toán hàm tích phân ở công thức (5.12) được đơn giản hơn thì hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{U}) = 0$ được xấp xỉ thành hàm tuyến tính qua phép khai triển Taylor bậc nhất.

$$g(\mathbf{U}) \approx L(\mathbf{U}) = g(\mathbf{u}^*) + \nabla g(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)^T \quad (5.14)$$

trong đó: $\mathbf{u}^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$ là điểm khai triển, T là ký hiệu ma trận chuyển vị và $\nabla g(\mathbf{u}^*)$ là gradient của hàm $g(\mathbf{U})$ tại \mathbf{u}^* .

Gradient $\nabla g(\mathbf{u}^*)$ xác định theo công thức:

$$\nabla g(\mathbf{u}^*) = \left(\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_1}, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_2}, \dots, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_n} \right) \Bigg|_{\mathbf{u}^*} \quad (5.15)$$

Để làm giảm sai số, cách đơn giản nhất là người ta tiến hành khai triển hàm $g(\mathbf{U})$ tại điểm xác suất lớn nhất (MPP), khi đó tích phân có giá trị lớn nhất. Bài toán tìm điểm xác suất lớn nhất, là điểm thuộc mặt $g(\mathbf{U}) = 0$ và có mật độ phân phối theo \mathbf{U} lớn nhất:

Tìm giá trị lớn nhất:

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} \quad (5.16)$$

với điều kiện $g(\mathbf{U}) = 0$.

Bài toán trên tương đương:

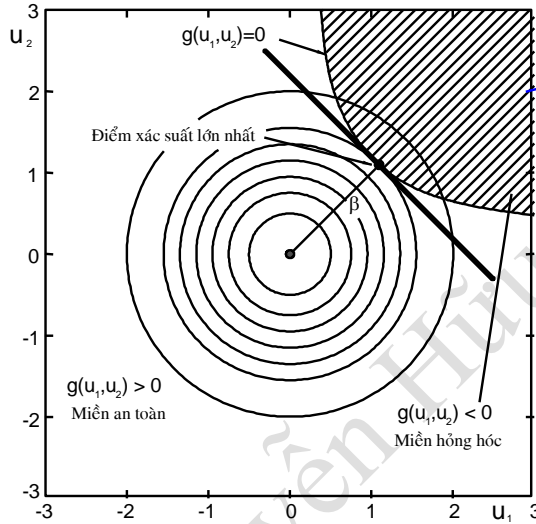
Tìm giá trị nhỏ nhất $\|\mathbf{u}\|$ với:

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \quad (5.17)$$

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cây bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

là độ dài của vectơ \mathbf{u} .

Khoảng cách $\beta = \|\mathbf{u}^*\|$ được gọi là *chỉ số đồ tin cây*, theo hình 5.7 là khoảng cách ngắn nhất từ bề mặt $g(\mathbf{U}) = 0$ đến gốc tọa độ trong không gian U .



Hình 5.7 Tích phân xác suất theo xấp xỉ bậc nhất

Tại điểm xác suất lớn nhất \mathbf{u}^* thì $g(\mathbf{U}) = 0$, cho nên:

$$L(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*} (\mathbf{U}_i - \mathbf{u}_i^*) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i U_i \quad (5.18)$$

với $a_0 = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*} \mathbf{u}_i^*$ và $a_i = \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*}$ (5.19)

Từ công thức (5.18) ta thấy rằng hàm $L(\mathbf{U})$ là một hàm đa tuyến với các biến tuân theo qui luật phân phối chuẩn, do vậy hàm $L(\mathbf{U})$ cũng là phân phối chuẩn với giá trị trung bình và sai lệch trung bình được xác định:

$$m_L = a_0 = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*} \mathbf{u}_i^*; \quad (5.20)$$

$$S_L = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}_i^*} \right)^2} \quad (5.21)$$

Do vậy độ tin cậy R sẽ được xấp xỉ theo công thức:

$$R \approx P\{L(\mathbf{U}) > 0\} = 1 - \Phi\left(\frac{-m_L}{S_L}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*} u_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*}\right)^2}}\right) \quad (5.22)$$

$$= 1 - \Phi\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i u_i^*\right) = 1 - \Phi(\mathbf{a}\mathbf{u}^{*\text{T}})$$

với
$$\mathbf{a} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^*)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^*)\|} \quad (5.23)$$

là vectơ đơn vị của hàm $\nabla(\mathbf{u}^*)$ và

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial U_i} \Big|_{\mathbf{u}^*}\right)^2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (5.24)$$

Theo hình 5.7 thì điểm xác suất lớn nhất \mathbf{u}^* chính là tiếp điểm của hàm trạng thái giới hạn và đường tròn có bán kính là β , do vậy vectơ đơn vị dọc theo vectơ \mathbf{u}^* có giá trị $\frac{\mathbf{u}^*}{\|\mathbf{u}^*\|} = \frac{\mathbf{u}^*}{\beta}$ bằng với giá trị của vectơ đơn vị

a:

$$\frac{\mathbf{u}^*}{\beta} = \mathbf{a} \quad \text{hoặc} \quad \mathbf{u}^* = -\beta\mathbf{a} \quad (5.25)$$

Do vậy hàm độ tin cậy sẽ được xác định qua công thức sau:

$$R \approx P(L(\mathbf{U}) > 0) = 1 - \Phi(\mathbf{a}\mathbf{u}^{*\text{T}}) = 1 - \Phi(-\beta\mathbf{a}\mathbf{a}^{\text{T}}) = 1 - \Phi(-\beta) \quad (5.26)$$

Chú ý rằng:

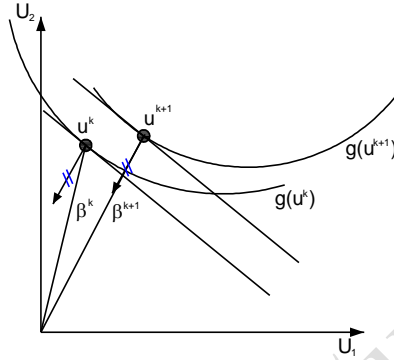
$$\mathbf{a}\mathbf{a}^{\text{T}} = \sum_i \alpha_i^2 = 1 \quad (5.27)$$

Có rất nhiều phương pháp số đã được phát triển để thực hiện công việc tìm điểm xác suất lớn nhất. Giải thuật tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất này sử dụng một công thức hồi quy và nó dựa vào tuyến tính hóa hàm

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cây bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

trạng thái giới hạn. Giá trị điểm xác suất lớn nhất ở vòng lặp thứ k là u^k được xác định theo công thức:

$$g(\mathbf{u}^{k+1}) = g(\mathbf{u}^k) + \nabla g(\mathbf{u}^k)(\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k)^T = 0 \quad (5.28)$$



Hình 5.8 Tìm điểm xác suất lớn nhất

Từ công thức (5.25) ta có:

$$\mathbf{u}^k = -\beta^k \mathbf{a}^k$$

Vì \mathbf{a} là véctơ đơn vị, từ hình 5.8 ta có:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\beta^{k+1} \mathbf{a}^k \quad (5.29)$$

Thay thế \mathbf{u}^k và \mathbf{u}^{k+1} vào công thức (5.28) thu được:

$$\begin{aligned} &g(\mathbf{u}^k) + \nabla g(\mathbf{u}^k)(\mathbf{a}^k)^T(\beta^k - \beta^{k+1}) \\ &= g(\mathbf{u}^k) + \|\nabla g(\mathbf{u}^k)\|(\beta^k - \beta^{k+1}) = 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Từ đây suy ra:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\mathbf{a}^k \beta^{k+1} = -\mathbf{a}^k \left\{ \beta^k + \frac{g(\mathbf{u}^k)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^k)\|} \right\} \quad (5.31)$$

Để sử dụng công thức (5.31) ta cần phải có một điểm khởi đầu \mathbf{u}^0 và thông thường $\mathbf{u}^0 = 0$.

Các điều kiện hội tụ được sử dụng để kết thúc vòng lặp:

$$\|\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k\| \leq \varepsilon_1, \quad \|\beta^{k+1} - \beta^k\| \leq \varepsilon_3 \quad \text{và} \quad \|\nabla g(\mathbf{u}^{k+1}) - \nabla g(\mathbf{u}^k)\| \leq \varepsilon_2$$

với $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ có giá trị rất nhỏ.

Trình tự thực hiện:

1. Lập hàm trạng thái giới hạn $g(X)$.
2. Chuyển từ không gian X sang U .
3. Chọn \mathbf{u}^0 là điểm khởi đầu.
4. Xác định $g(\mathbf{u}^0)$ từ hàm trạng thái giới hạn.
5. Xác định $\nabla g(\mathbf{u}^0)$ theo công thức (5.15).

6. Tính $\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\| = \sqrt{(\nabla g(\mathbf{u}^0))^2}$.

7. Tính tỉ số $\mathbf{a}^0 = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^0)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\|}$.

8. Xác định giá trị $\beta^0 = \|\mathbf{u}^0\|$.

9. Vòng lặp kế tiếp bắt đầu với

$$\mathbf{u}^1 = -\mathbf{a}^0 \left\{ \beta^0 + \frac{g(\mathbf{u}^0)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\|} \right\}$$

10. Thực hiện các bước 1-9, nếu thỏa mãn các điều kiện hội tụ thì dừng. Nếu không, lặp lại trình tự tính với $k = k+1$.

Giải thuật tìm kiếm MPP được trình bày ở trên rất đơn giản khi sử dụng, tốc độ hội tụ rất cao trong rất nhiều trường hợp. Do vậy giải thuật này đã được sử dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực phân tích độ tin cậy của các kết cấu và trong các kỹ thuật thiết kế xác suất. Tuy nhiên giải thuật này cũng cho kết quả không hội tụ trong một số trường hợp ví dụ sự dao động giữa hai hay nhiều điểm mà không hội tụ hay giải thuật được chọn là phân kỳ. Nếu sự phân kỳ xảy ra, một phương pháp khác không cần sử dụng phương pháp tìm kiếm MPP có thể được sử dụng đó là phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) để ước lượng trực tiếp độ tin cậy.

Ví dụ 5.1

Ta khảo sát tại điểm B (hình 5.9) trục động cơ điện hoặc trục truyền động bất kỳ, khi đó ta xem các đại lượng σ_{lim} , F_r và T là các đại lượng ngẫu nhiên với $F_{r2} = N(792, 79,2)N$, $T = N(181380, 18138) Nmm$, $\sigma_{lim} = N(111,078, 16,3874) MPa$. Các đại lượng còn lại xem như đơn định: $b = 90$ mm, $d = 30$ mm.

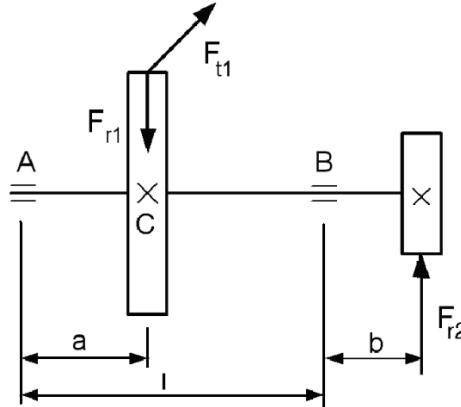
Khi phân tích theo phương pháp tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất. Hàm trạng thái giới hạn có dạng:

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{\text{lim}} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75T^2}$$

Khi chuyển sang không gian U hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = (111,078 + 16,3874U_{\sigma_{\text{lim}}}) - \sqrt{7,23116(10 + U_{F_{r2}})^2 + 35,11662(10 + U_T)^2}$$



Hình 5.9

Qua 3 vòng lặp các kết quả hội tụ tại chỉ số độ tin cậy $\beta = 2,659740$ tương ứng $R = 0,99609$ như bảng 5.1.

Bảng 5.1

Bước lặp	β	(U_{σ}, U_F, U_T)
1	0	(0, 0, 0)
2	2,660849	(-2,52212, 0,17102, 0,83053)
3	2,659768	(-2,51909, 0,16206, 0,83802)
4	2,659740	(-2,51902, 0,16184, 0,83820)

Và theo bảng thì ta thay đổi số vòng lặp phải thực hiện là 4, trong đó số các bước mô phỏng trong phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) là 24900 lần (tham khảo chương 6), do đó ta dễ dàng nhận thấy phương pháp xấp xỉ bậc nhất với tìm kiếm điểm MPP hiệu quả hơn rất nhiều lần so với phương pháp MCS.

5.4 PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ BẬC HAI

Trong phương pháp tính toán độ tin cậy bậc hai (SORM) hoặc hàm đặc tính được xấp xỉ thông qua phép khai triển Taylor bậc hai.

Chương 5

$$g(\mathbf{U}) \approx q(\mathbf{U}) = g(\mathbf{u}^*) + \nabla g(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)^T + \frac{1}{2}(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)^T \quad (5.32)$$

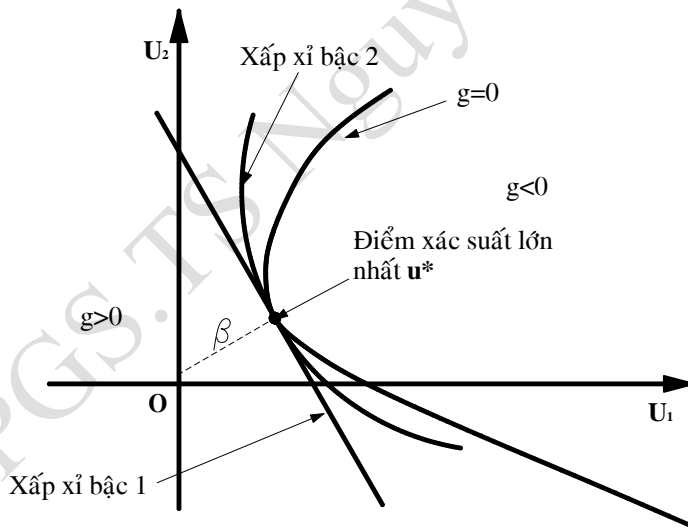
Trong công thức trên $\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)$ là ma trận Hessian tại MPP và được xác định theo công thức:

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g}{\partial U_1^2} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_n} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n^2} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Sau khi khai triển, một hàm xấp xỉ tuyến tính sẽ được thiết lập và khi đó hàm trạng thái giới hạn trở thành:

$$q(\mathbf{U}) = \mathbf{U}_n - \left(\beta + \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{D} \mathbf{U} \right)$$

Với \mathbf{D} là ma trận đường chéo $(n-1) \times (n-1)$, tất cả các yếu tố được xác định bởi ma trận Hessian $\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)$ và $\mathbf{U}' = (U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1})$.



Hình 5.10 So sánh giữa phương pháp xấp xỉ bậc 1 và bậc 2

Khi β đủ lớn, giá trị xấp xỉ của xác suất hỏng có thể được xác định qua công thức sau:

$$F \approx P(g(\mathbf{X}) < 0) = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} \sqrt{1 + \beta \kappa_i} \quad (5.34)$$

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cây bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

với κ_i là độ cong của hàm $g(u)$ tại điểm xác suất lớn nhất.

Thông thường phương pháp xấp xỉ bậc hai tốt hơn phương pháp xấp xỉ bậc nhất (hình 5.10), độ chính xác của phương pháp xấp xỉ bậc hai cao hơn phương pháp xấp xỉ bậc nhất. Phương pháp bậc hai lại yêu cầu phải tính toán ma trận Hessian bậc hai, do vậy nó sẽ không hiệu quả hơn phương pháp bậc nhất khi chúng ta tiến hành khai triển theo phương pháp số. Nếu như chúng ta sử dụng số bước lặp hàm trạng thái giới hạn đánh giá mức độ hiệu quả của hai phương pháp thì dĩ nhiên là phương pháp bậc hai sẽ hiệu quả hơn vì luôn yêu cầu số vòng lặp nhỏ hơn.

5.5 PHƯƠNG PHÁP MÔMEN THÍCH HỢP

Nếu như đầu vào cho ta biết hai giá trị mômen (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình) của biến thiết kế thì chúng ta có thể sử dụng phương pháp mômen thích hợp để ước lượng giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của hàm trạng thái giới hạn. Giả thiết rằng các biến ngẫu nhiên thiết kế $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ và các giá trị sai lệch bình phương trung bình của chúng lần lượt là $\mathbf{m} = (m_{X1}, m_{X2}, \dots, m_{Xn})$ và $\mathbf{S} = (S_{X1}, S_{X2}, \dots, S_{Xn})$. Tuyến tính hóa hàm đặc tính xác suất qua phép khai triển Taylor tại giá trị trung bình $\mathbf{m} = (m_{X1}, m_{X2}, \dots, m_{Xn})$ là:

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(\mathbf{m}) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\mathbf{m}} (X_i - m_{X_i}) = g(\mathbf{m}) + \nabla g(\mathbf{m})(\mathbf{X} - \mathbf{m})^T \quad (5.35)$$

Sau đó giá trị của hàm $g(\mathbf{X})$ thay bởi hàm tuyến tính $L(\mathbf{X})$ và được tính tại giá trị:

$$m_g \approx g(\mathbf{m}) \quad (5.36)$$

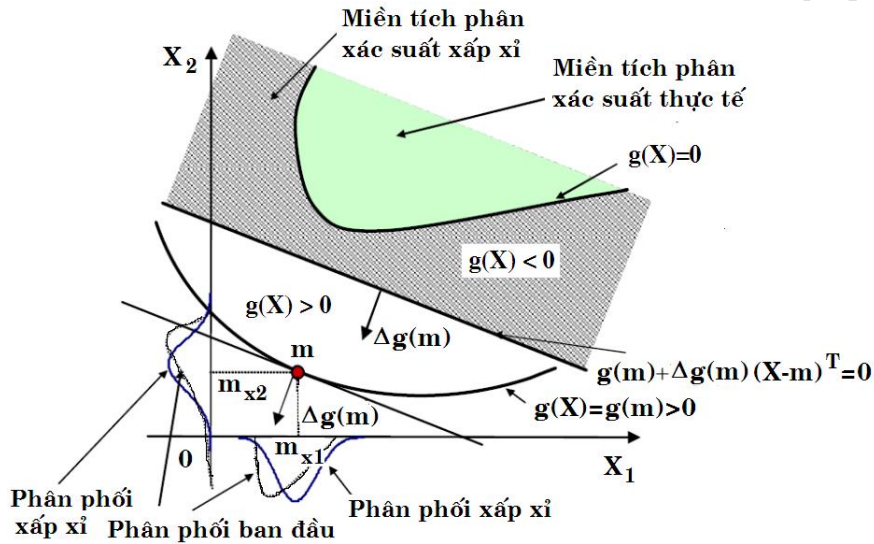
Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_g = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right)^2 S_{X_i}^2} \quad (5.37)$$

Giả sử hàm đặc tính tuân theo quy luật phân bố chuẩn khi xác suất hỏng hóc có thể được xác định như sau:

$$F \approx P\{L(U) < 0\} = \Phi\left(\frac{-m_g}{S_g}\right) = \Phi\left(\frac{-g(\mathbf{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right]_m^2 S_{X_i}^2}}\right) \quad (5.38)$$

Giả thiết trên cũng tương đương với giả thiết là tất cả các biến thiết kế cũng tuân theo quy luật phân bố chuẩn. Theo giả thuyết này thì có hàm tuyến $L(\mathbf{X})$ trong công thức (5.1) cũng tuân theo luật phân bố chuẩn vì nó làm kết hợp của các biến tuân theo luật phân bố chuẩn.



Hình 5.11 Phương pháp xấp xỉ mômen thích hợp

Phương pháp mômen thích hợp cũng có thể xem như là phương pháp xấp xỉ bậc nhất và mômen thứ hai khi nó bao gồm khai triển bậc một và mômen thứ hai. Như trong hình 5.11 chúng ta thấy hai xấp xỉ được sử dụng trong phương pháp mômen thích hợp: phân phối của các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ được xấp xỉ thành các hàm phân phối chuẩn và hàm trạng thái giới hạn được khai triển thành chuỗi Taylor bậc nhất tại các giá trị trung bình. Như trên hình 5.11 xác suất hỏng trong phương pháp mômen thích hợp được ước lượng bởi tích phân xác suất trên vùng tô đậm và nó nằm phía trên bên phải của các đường thẳng $g(\mathbf{m}) + \nabla g(\mathbf{m})(\mathbf{X} - \mathbf{m})^T$. Vùng tích phân xác suất thực tế là diện tích vùng sáng nằm phía trên bên phải của đường cong $g(\mathbf{X}) = 0$. Bởi vì sử dụng các phương pháp xấp xỉ nên kết quả của phương pháp mômen thích hợp sẽ thiếu chính xác đối với các

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

hàm phi tuyến với các biến ngẫu nhiên không tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

Ví dụ 5.2

Thiết kế theo phương pháp mômen thích hợp. Với các số liệu như ví dụ 5.1 ta giải bài toán thiết kế, xác định đường kính trục d .

Chỉ số độ tin cậy xác định theo công thức:

$$\beta = \frac{g(\mathbf{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \Big|_{\mathbf{m}} \right]^2 S_{X_i}^2}}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{m}) &= \bar{\sigma}_{\text{lim}} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2} \\ &= 111,078 - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} \\ &= 111,078 - 1757029,73 \frac{1}{d^3} \end{aligned}$$

Sai lệch bình phương trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \Big|_{\mathbf{m}} \right]^2 S_{X_i}^2} &= \sqrt{S_{\bar{\sigma}_{\text{lim}}}^2 + \left(\frac{32b^2 \bar{F}_{r2}}{\pi d^3} \right)^2 \frac{S_{\bar{F}_{r2}}^2}{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2} + \left(\frac{24 \bar{T}}{\pi d^3} \right)^2 \frac{S_{\bar{T}}^2}{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} \\ &= \sqrt{16,3874^2 + \left(\frac{32 \cdot 90^2 \cdot 792}{\pi \cdot d^3} \right)^2 \frac{79,2^2}{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} + \left(\frac{24 \cdot 181380}{\pi \cdot d^3} \right)^2 \frac{18138^2}{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2}} \\ &= \sqrt{16,3874^2 + \frac{2212879320}{d^6}} \end{aligned}$$

Với độ tin cậy $R = 0,99$, thay thế giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình vào công thức chỉ số độ tin cậy β (với $\beta = 2,33$) ta thu được phương trình theo d^3 :

$$2,33 = \frac{111,078 - 1757029,73 \frac{1}{d^3}}{\sqrt{16,3874^2 + \frac{2212879320}{d^6}}}$$

Giải phương trình trên ta thu được $d = 29,34167762$ mm.

Ví dụ 5.3

Bằng phương pháp mômen thích hợp hãy xác định độ tin cậy với các số liệu như ví dụ 5.1.

Khi phân tích theo phương pháp mômen thích hợp:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{m}) &= 111,078 - \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} \\ &= 111,078 - 65,075 = 46,003 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$\begin{aligned} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \Big|_m \right]^2} S_{X_i}^2 &= \sqrt{S_{\sigma_{lim}}^2 + \left(\frac{32 b^2 \bar{F}_{r2}}{\pi d^3} \right)^2 \frac{S_{F_{r2}}^2}{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2} + \left(\frac{24 \bar{T}}{\pi d^3} \right)^2 \frac{S_T^2}{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} \\ &= \sqrt{16,3874^2 + \left(\frac{32 \cdot 90^2 \cdot 792}{\pi \cdot 30^3} \right)^2 \frac{79,2^2}{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} + \left(\frac{24 \cdot 181380}{\pi \cdot 30^3} \right)^2 \frac{18138^2}{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2}} \\ &= \sqrt{16,3874^2 + 1,234768205 + 29,12022934} = 17,228877891 \end{aligned}$$

Chỉ số độ tin cậy:

$$\beta = \frac{g(\mathbf{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \Big|_m \right]^2} S_{X_i}^2} = \frac{46,003}{17,228877891} = 2,660858828$$

Tương ứng độ tin cậy $R = 0,99609$.

5.6 PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP XẤU NHẤT

Trong vài trường hợp thông tin về các biến ngẫu nhiên bị giới hạn, khi đó ta chỉ biết các khoảng giá trị thay đổi của biến ngẫu nhiên. Các trường hợp sau đây sự thay đổi được đặc trưng bởi khoảng giá trị.

- Giới hạn thông số vật lý, dung sai, ước lượng sai số tính toán...
- Thời gian hỏng của chi tiết hoặc hệ thống do phải kiểm tra định kỳ.
- Các giá trị đo.

Trong trường hợp chỉ biết khoảng giá trị của đại lượng ngẫu nhiên thì ta sử dụng phân tích trường hợp xấu nhất để tìm khoảng giá trị của hàm trạng thái giới hạn.

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cây bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

Giả sử đại lượng ngẫu nhiên X_i là $[a_i, b_i]$, giá trị trung bình xác định theo công thức:

$$\bar{X}_i = \frac{a_i + b_i}{2} \quad (5.39)$$

khoảng cách giữa giá trị trung bình và điểm cuối X_i được xác định:

$$\Delta_i = b_i - \bar{X}_i = \bar{X}_i - a_i = \frac{b_i - a_i}{2} \quad (5.40)$$

Đầu tiên ta khai triển hàm trạng thái giới hạn theo chuỗi Taylor bậc nhất tại giá trị trung bình $\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$:

$$g(\mathbf{X}) \approx g(\bar{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} (X_i - \bar{X}_i) \quad (5.41)$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn được ước lượng tại các giá trị trung bình $\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$:

$$\bar{g}(\mathbf{X}) = g(\bar{\mathbf{X}}) \quad (5.42)$$

Độ lệch hàm trạng thái giới hạn so với giá trị trung bình xác định theo công thức:

$$\Delta g = g(\mathbf{X}) - g(\bar{\mathbf{X}}) = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} (X_i - \bar{X}_i) \quad (5.43)$$

Bởi vì ta tính cho trường hợp xấu nhất nên ta lấy giá trị tuyệt đối của độ lệch trên và sử dụng thay đổi lớn nhất của các đại lượng ngẫu nhiên Δ_i . Sai số của trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn được xác định theo công thức sau:

$$\Delta g = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} \Delta X_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} (b_i - a_i) \quad (5.44)$$

Cho nên hàm trạng thái giới hạn sẽ thay đổi trong khoảng sau:

$$[\bar{g} - \Delta g, \bar{g} + \Delta g] = \left[g(\bar{\mathbf{X}}) - \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} \Delta X_i, g(\bar{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right|_{\bar{\mathbf{X}}} \Delta X_i \right] \quad (5.45)$$

Nếu miền an toàn được xác định bởi $g(\mathbf{X}) > 0$, trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn $\bar{g} - \Delta g > 0$.

Phương pháp trường hợp xấu nhất chỉ là phương pháp xấp xỉ. Lời giải phương trình sẽ có sai số. Để xác định trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn thì giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tìm được có thể nằm ngoài

Chương 5

khoảng các đại lượng ngẫu nhiên. Các phương pháp tối ưu có thể thực hiện trong trường hợp này.

Ví dụ 5.4

Thiết kế theo phương pháp trường hợp xấu nhất với các số liệu như ví dụ 5.1. Bài toán xác định đường kính \bar{d} của trục.

Hàm trạng thái giới hạn xác định theo công thức:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{\text{lim}} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r_2}^2 + 0,75 T^2}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} \bar{g}(\mathbf{X}) &= 111,078 - \frac{32}{\pi \bar{d}^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} \\ &= 111,078 - \frac{1757029,73}{\bar{d}^3} \end{aligned}$$

Gradient của g tại giá trị trung bình:

$$\begin{aligned} \nabla g &= \left(1, \frac{32}{\pi \bar{d}^3} \frac{b^2 \bar{F}_{r_2}}{\sqrt{b^2 \bar{F}_{r_2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}}, \frac{32}{\pi \bar{d}^3} \frac{0,75 \bar{T}}{\sqrt{b^2 \bar{F}_{r_2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} \right) \\ &= \left(1, \frac{378,8186}{\bar{d}^3}, \frac{8,0328889}{\bar{d}^3} \right) \end{aligned}$$

Từ đây suy ra:

$$\begin{aligned} \Delta g &= \left(1,49,1622 + \frac{378,8186}{\bar{d}^3} \cdot 237,4 + \frac{8,0328889}{\bar{d}^3} \cdot 54414 \right) \\ &= 49,1622 + \frac{527033,1522}{\bar{d}^3} \end{aligned}$$

Trong trường hợp xấu nhất $\bar{g} - \Delta g \geq 0$, cho nên:

$$\begin{aligned} 111,078 - \frac{1757029,73}{\bar{d}^3} - 49,1622 - \frac{527033,1522}{\bar{d}^3} &\geq 0 \\ 61,912 - \frac{2284062,882}{\bar{d}^3} &\geq 0 \end{aligned}$$

Từ đây suy ra: $\bar{d} \geq 32,5116$ mm.

Ví dụ 5.5

Phân tích độ tin cậy theo các số liệu như ví dụ 5.1.

Khảo sát bài toán tính trục động cơ, hàm trạng thái giới hạn xác định theo công thức:

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{\text{lim}} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2}$$

trong đó F_{r2} nằm trong khoảng [554,2, 1029,6] N, mômen xoắn $T = [126966, 235794]$ Nmm và giới hạn mỏi $\sigma_{\text{lim}} = [66,465, 155,691]$ MPa.

Khoảng cách giữa giá trị trung bình và điểm cuối:

$$\Delta F_{r2} = 237,4 \text{ N}; \quad \Delta T = 54414 \text{ Nmm}; \quad \Delta \sigma_{\text{lim}} = 44,613 \text{ MPa}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} \bar{g}(\mathbf{X}) &= 111,078 - \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} \\ &= 111,078 - 65,075 = 46,003 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Gradient của g tại giá trị trung bình:

$$\begin{aligned} \nabla g &= \left(1, \frac{32}{\pi d^3} \frac{b^2 \bar{F}_{r2}}{\sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}}, \frac{32}{\pi d^3} \frac{0,75 \bar{T}}{\sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} \right) \\ &= (1, 0,014030318 \ 0,0002975144048) \end{aligned}$$

Từ đây suy ra:

$$\begin{aligned} \Delta g &= (1,44,613 + 0,014030318237,4 + 0,0002975144048,54414) \\ &= (44,613 + 3,330797493 + 16,18894882) = 64,13274632 \end{aligned}$$

Miền thay đổi hàm trạng thái giới hạn:

$$\begin{aligned} \Delta g &= (\bar{g} - \Delta g, \bar{g} + \Delta g) \\ &= (46,003 - 64,13274632 \ 46,003 + 64,13274632) \\ &= (-18,129746 \ 110,135746) \text{ MPa} \end{aligned}$$

5.7 PHÂN TÍCH ĐỘ NHẠY

Nếu một thiết kế có độ tin cậy nhỏ hơn độ tin cậy yêu cầu, thì có ba cách được sử dụng để nâng cao độ tin cậy của thiết kế, hay nói cách khác là có ba cách làm giảm xác suất hỏng hóc của thiết kế.

- 1) Làm co hàm phân phối.
- 2) Làm dịch chuyển hàm phân phối.
- 3) Sử dụng cả hai phương pháp trên.

Các cách làm trên được mô tả ở hình 5.12. Trong trường hợp số biến ngẫu nhiên nhiều thì ta cần phải phân tích độ nhạy để xác định biến ngẫu nhiên nào ảnh hưởng nhất và từ đó tìm biện pháp đúng để nâng cao độ tin cậy.

Chương 5

Phân tích độ nhạy là xác định mức độ ảnh hưởng các thông số đại lượng ngẫu nhiên (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình) đến xác suất hỏng (hoặc độ tin cậy). Gọi p là tham số phân bố của biến ngẫu nhiên X , độ nhạy được xác định bởi:

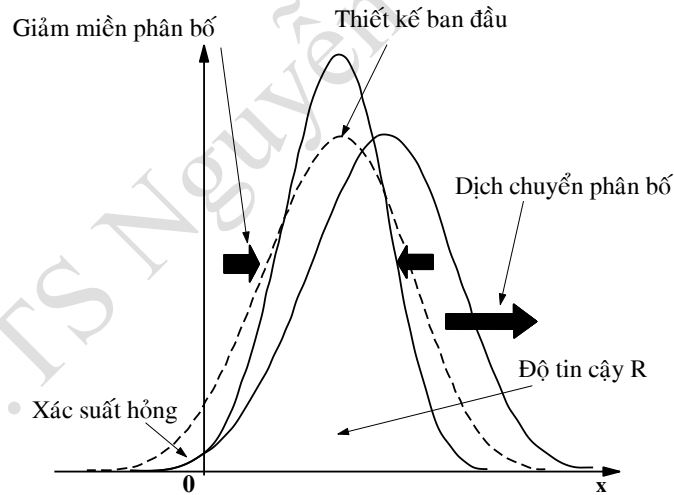
$$s_p = \frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial \Phi(-\beta)}{\partial p} = \frac{\partial \Phi(-\beta)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial p} = -\phi(-\beta) \frac{\partial \beta}{\partial p} \quad (5.46)$$

Đạo hàm riêng chỉ số độ tin cậy theo tham số p :

$$\frac{\partial \beta}{\partial p} = \frac{\partial \beta}{\partial u_i^*} \frac{\partial u_i^*}{\partial p} \quad (5.47)$$

Mặt khác:

$$\frac{\partial \beta}{\partial u_i^*} = \frac{\partial \sqrt{\sum_{j=1}^n (u_j^*)^2}}{\partial u_i^*} = \frac{u_i^*}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (u_j^*)^2}} = \frac{u_i^*}{\beta} \quad (5.48)$$



Hình 5.12 Các phương pháp nâng cao độ tin cậy

Từ công thức (5.11) ta có:

$$u_i^* = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] = w(p) \quad (5.49)$$

với $w(p)$ là hàm số của tham số phân bố p .

Bởi vì:

$$\frac{\partial \beta}{\partial p} = \frac{u_i^*}{\beta} \frac{\partial w}{\partial p} \quad (5.50)$$

Cho nên:

Thiết kế và phân tích theo đồ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

$$s_p = \frac{\partial F}{\partial p} = -\phi(-\beta) \frac{u_i^*}{\beta} \frac{\partial w}{\partial p} \quad (5.51)$$

Sử dụng công thức (5.51) để đánh giá độ nhạy của giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình biến ngẫu nhiên X_i :

$$s_{m_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial m_{X_i}} = -\phi(-\beta) \frac{u_i^*}{\beta} \frac{\partial w}{\partial m_{X_i}} \quad (5.52)$$

$$s_{S_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial S_{X_i}} = -\phi(-\beta) \frac{u_i^*}{\beta} \frac{\partial w}{\partial S_{X_i}} \quad (5.53)$$

Đối với biến ngẫu nhiên chuẩn $X_i = N(m_{X_i}, S_{X_i})$,

$$w(m_{X_i}, S_{X_i}) = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] = \Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{x_i^* - m_{X_i}}{S_{X_i}}\right)\right] = \frac{x_i^* - m_{X_i}}{S_{X_i}} \quad (5.54)$$

Do đó:

$$\frac{\partial w}{\partial m_{X_i}} = -\frac{1}{m_{X_i}} \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial w}{\partial S_{X_i}} = -\frac{x_i^* - m_{X_i}}{S_{X_i}^2} = -\frac{u_i^*}{S_{X_i}} \quad (5.55)$$

Từ đây suy ra:

$$s_{m_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial m_{X_i}} = -\phi(-\beta) \frac{u_i^*}{\beta S_{X_i}} \quad (5.56)$$

$$s_{S_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial S_{X_i}} = -\phi(-\beta) \frac{(u_i^*)^2}{\beta S_{X_i}} \quad (5.57)$$

Ví dụ 5.6

Phân tích độ nhạy các tham số phân bố cho ví dụ 5.1.

Giải

Độ nhạy các tham số phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên σ_{lim} , F_{r2} và T được xác định theo công thức:

$$s_{m_{\sigma_{lim}}} = \frac{\partial F}{\partial m_{\sigma_{lim}}} = \phi(-\beta) \frac{u_{\sigma_{lim}}^*}{\beta S_{\sigma_{lim}}} = 0,01160816 \cdot \frac{-2,51902}{2,659740.16,3874} = -6,7088.10^{-4}$$

$$s_{S_{\sigma_{lim}}} = \frac{\partial F}{\partial S_{\sigma_{lim}}} = -\phi(-\beta) \frac{(u_{\sigma_{lim}}^*)^2}{\beta S_{\sigma_{lim}}} = 0,01160816 \cdot \frac{(-2,51902)^2}{2,659740.16,3874} = 1,6899637.10^{-3}$$

$$s_{m_{F_{r2}}} = \frac{\partial F}{\partial m_{F_{r2}}} = \phi(-\beta) \frac{u_{F_{r2}}^*}{\beta S_{F_{r2}}} = 0,01160816 \cdot \frac{0,16184}{2,659740.79,2} = 8,9183577.10^{-6}$$

$$s_{S_{F_{r2}}} = \frac{\partial F}{\partial S_{F_{r2}}} = -\phi(-\beta) \frac{(u_{F_{r2}}^*)^2}{\beta S_{F_{r2}}} = 0,01160816 \cdot \frac{0,16184^2}{2,659740.79,2} = 1,443347.10^{-6}$$

$$s_{m_T} = \frac{\partial F}{\partial m_T} = -\phi(-\beta) \frac{u_T^*}{\beta S_T} = 0,01160816 \cdot \frac{0,83820}{2,659740.18138} = 2,01689.10^{-7}$$

$$s_{S_{F_{r2}}} = \frac{\partial F}{\partial S_T} = -\phi(-\beta) \frac{(u_T^*)^2}{\beta S_T} = 0,01160816 \cdot \frac{0,83820^2}{2,659740.18138} = 1,690558.10^{-7}$$

Các số liệu u_i^* và β tra từ bảng 5.1. Từ công thức (5.13) ta suy ra:

$$\phi(-\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\beta^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{2,659740^2}{2}} = 0,01160816$$

Từ các kết quả trên rút ra nhận xét rằng sai lệch bình phương trung bình giới hạn mỗi ảnh hưởng lớn nhất đến độ tin cậy trực, kế tiếp là giá trị trung bình giới hạn mỗi. Giữa lực hướng tâm F_{r2} và mômen xoắn T thì lực F_{r2} ảnh hưởng nhiều hơn.

5.8 PHÂN TÍCH NGƯỢC ĐỘ TIN CẬY

Trong một số bài toán thiết kế theo độ tin cậy ta cần phải xác định giá trị hàm trạng thái giới hạn tương ứng với độ tin cậy cho trước. Đây còn gọi là bài toán phân tích ngược độ tin cậy. Bài toán được phát biểu như sau:

Tìm giá trị hàm trạng thái tới hạn g^F tương ứng xác suất hỏng F :

$$F = P(g(\mathbf{X}) < g^F) \quad (5.58)$$

Sau đây trình bày phương pháp ước lượng g^F theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất. Từ công thức (5.58) ta có hàm trạng thái giới hạn mới:

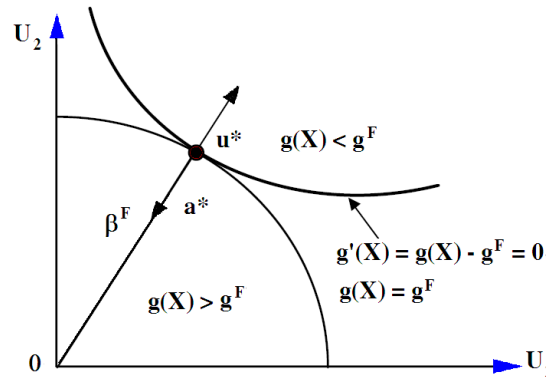
$$g(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}) - g^F \quad (5.59)$$

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

Giả sử MPP của hàm $P(g(\mathbf{X}) < 0) = P(g(\mathbf{X}) < g^F)$ là \mathbf{u}^* . Theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất, nếu xác suất F được biết thì chỉ số độ tin cậy β xác định theo công thức sau (sử dụng dấu tuyệt đối do β là khoảng cách luôn dương):

$$\beta = |\Phi^{-1}(F)| \tag{5.60}$$

Trên hình 5.13 điểm MPP \mathbf{u}^* là điểm tiếp xúc đường tròn bán kính β^F và hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X}) - g^F = 0$. Hay nói cách khác đó là điểm tiếp xúc xác định khoảng cách ngắn nhất từ gốc tọa độ 0 không gian U đến mặt cong hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X}) - g^F = 0$.



Hình 5.13 Tìm MPP theo phân tích ngược độ tin cậy

Tại MPP theo công thức (5.29) ta có:

$$\mathbf{u}^{*F} = -\|\mathbf{u}^{*F}\| \mathbf{a}^* = -\beta \mathbf{a}^* \tag{5.61}$$

Trong vòng lặp thứ k:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\beta \mathbf{a}^k$$

trong đó
$$\mathbf{a}^k = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^k)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^k)\|} \tag{5.62}$$

Các điều kiện hội tụ được sử dụng để kết thúc vòng lặp:

$$\|\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k\| \leq \varepsilon_1 \text{ và } \|\nabla g(\mathbf{u}^{k+1}) - \nabla g(\mathbf{u}^k)\| \leq \varepsilon_2$$

với $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ có giá trị rất nhỏ.

Công thức (5.61), (5.62) là giải thuật đệ quy để tìm MPP cho bài toán phân tích ngược độ tin cậy.

Sau khi xác định MPP \mathbf{u}^* giá trị g^F được xác định theo công thức:

$$g^F = g(\mathbf{u}^*) \quad (5.63)$$

Trình tự thực hiện:

1. Lập hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$.
2. Chuyển từ không gian X sang U .
3. Theo xác suất F cho trước ta xác định $\beta = |\Phi^{-1}(F)|$ (công thức 5.60).
4. Chọn \mathbf{u}^0 là điểm khởi đầu.
5. Xác định $g(\mathbf{u}^0)$ từ hàm trạng thái giới hạn.
6. Xác định $\nabla g(\mathbf{u}^0)$ theo công thức (5.15).
7. Tính $\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\| = \sqrt{(\nabla g(\mathbf{u}^0))^2}$.
8. Tính tỉ số $\mathbf{a}^0 = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^0)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\|}$.
9. Vòng lặp kế tiếp bắt đầu với $\mathbf{u}^1 = -\beta \mathbf{a}^0$.
10. Thực hiện các bước 1-9, nếu thỏa mãn các điều kiện hội tụ thì dừng. Nếu không, lặp lại trình tự tính với $k = k+1$.

Ví dụ 5.7

Với các số liệu như ví dụ 5.1, xác định giá trị g^F tương ứng với xác suất hỏng $F= 0,005$ ($R= 0,995$).

Giải: Khi phân tích theo phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất. Hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{\text{lim}} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75T^2}$$

Khi chuyển sang không gian U hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = (111,078 + 16,3874U_{\sigma_{\text{lim}}}) - \sqrt{7,23116(10 + U_{Fr2})^2 + 35,11662(10 + U_T)^2}$$

Tính toán theo trình tự đã trình bày. Qua 5 vòng lặp các kết quả hội tụ tại $\mathbf{u} = (-2.43999, 0.15702, 0.81166)$ như trong bảng 5.2. Hàm trạng thái giới hạn g^F tại \mathbf{u}^* : $g^F = g(\mathbf{u}^*) = 1,444848$.

Bảng 5.2

Bước lặp	g	$\nabla g(\mathbf{u})$	(U_{σ}, U_F, U_T)
1	46.002825	(16.38740,-1.11120,-5.39632)	(0.00000,0.00000,0.00000)
2	1.445287	(16.38740,-1.11120,-5.39632)	(-2.44192,0.16558,0.80412)
3	1.444848	(16.38740,-1.05592,-5.44996)	(-2.44003,0.15722,0.81148)

Thiết kế và phân tích theo độ tin cậy bằng các phương pháp phân tích xấp xỉ

4	1.444848	(16.38740,-1.05458,-5.45122)	(-2.43999,0.15702,0.81166)
5	1.444848	(16.38740,-1.05455,-5.45125)	(-2.43999,0.15702,0.81166)

5.9 KẾT LUẬN

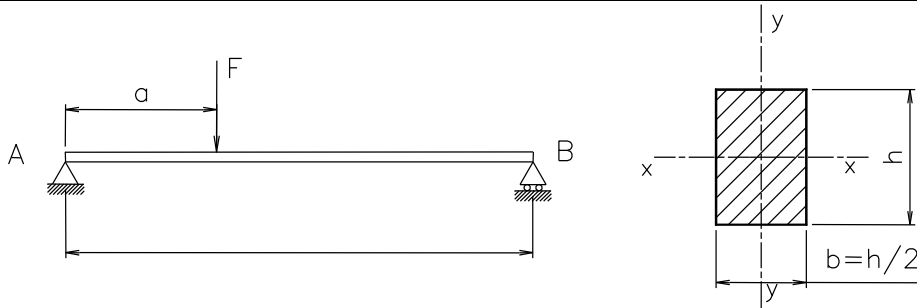
Ta sử dụng các phương pháp xấp xỉ vừa kể trên để đánh giá độ tin cậy kết cấu và chi tiết máy một cách hiệu quả. Độ chính xác theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất cao nhất, sau đó là mômen thích hợp và phân tích trường hợp xấu nhất. Để tính toán thiết kế ta sử dụng phương pháp mômen thích hợp và phân tích trường hợp xấu nhất. Để đánh giá sự ảnh hưởng các tham số đại lượng ngẫu nhiên ta tiến hành phân tích độ nhạy.

5.10 BÀI TẬP

5.1 Thanh có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F và được đỡ bởi các giá tựa như hình 5.14. Lực tác dụng F , chiều dài thanh l và khoảng cách a từ điểm đặt lực đến một đầu là các đại lượng ngẫu nhiên có giá trị như bảng 5.3.

Bảng 5.3

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F , N	30000	2000
Chiều dài thanh l , mm	3000	10
Vị trí đặt lực a , mm	2000	10
Ứng suất giới hạn σ_b , MPa	400	20



Hình 5.14

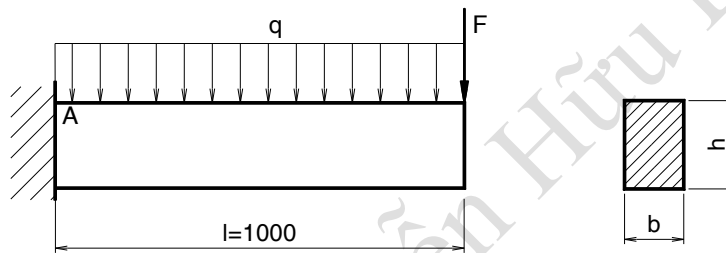
Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao h và dung sai kích thước là $\pm 3\%$ ($6S_h = 0,03 \bar{h}$).

- Xác định độ tin cậy theo phương pháp FORM kết hợp tìm kiếm MPP với $m_b = 20$ mm.

Chương 5

- b) Theo phương pháp mômen thích hợp và trường hợp xấu nhất, xác định b và h với độ tin cậy $R = 0,9999$.
- c) Phân tích độ nhạy bài toán trên.

5.2 Một dầm bằng thép có kết cấu như hình 5.15. Sử dụng các phương pháp xấp xỉ để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất và biến dạng tại vị trí A, sau đó xác định độ tin cậy R . Biết rằng tải trọng F và cường độ tải trọng q là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật chuẩn với $m_F = 40000$ N, $S_F = 4000$ N, $m_q = 50$ N/mm, $S_q = 5$ N/mm. Kích thước thanh $b = 60$ mm và $h = 100$ mm được cho là đơn định. Môđun đàn hồi vật liệu thanh $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa.



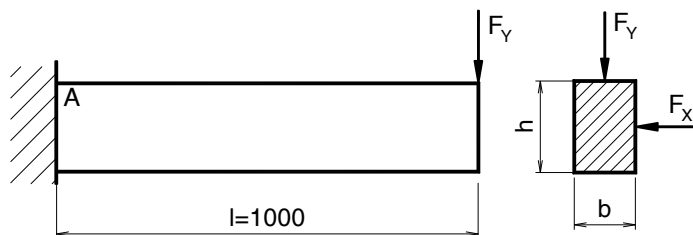
Hình 5.15 Dầm bằng thép chịu uốn

5.3 Dầm côngxôn có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F_x và F_y như hình 5.16. Giá trị các đại lượng ngẫu nhiên cho trong bảng 5.4. Chiều dài thanh $l = 1000$ mm là đơn định.

Bảng 5.4

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F_x , N	8000	1000
Lực tác dụng F_y , N	6000	800
Chiều rộng dầm b , mm	20	$0,01m_b$
Chiều cao dầm h , mm	30	$0,01m_h$
Giới hạn chảy σ_{ch} , MPa	500	50

1. Xác định độ tin cậy dầm theo các phương pháp khác nhau.
2. Xác định kích thước dầm để độ tin cậy $R = 0,999$.



PGS.TS Nguyễn Hữu Lộc

CHƯƠNG 6

PHÂN TÍCH THEO ĐỘ TIN CẬY BẰNG PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG VÀ BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Mô phỏng là sự bắt chước một hệ thống thực bằng cách tính mô hình toán của hệ thống đó, thường là trên máy tính. Khi đó giá trị của một vài tham số của hệ thống thường thay đổi hoặc các tham số tuân theo quy luật phân phối xác suất. Đầu ra của hệ thống sẽ khác nhau mỗi lần mô phỏng bởi vì giá trị các tham số đầu vào khác nhau. Nếu thực hiện đủ số mô phỏng, phân phối xác suất thông số đầu ra thu được đủ tin cậy để giải quyết cơ bản những vấn đề của hệ thống nhập vào.

Việc mô phỏng có thể sử dụng để dự đoán độ tin cậy của sản phẩm bất kỳ với các biến chất lượng hoặc biến được biểu diễn dưới dạng tham số thiết kế theo mô hình toán học. Vài phần mềm mô phỏng yêu cầu mô hình tính toán như một bảng biểu. Việc mô phỏng tương đương với việc sản xuất hàng ngàn sản phẩm và sau đó kiểm tra chất lượng. Mô phỏng số thì ngược lại với mô hình hoá thí nghiệm (có thể mất nhiều thời gian và tiền bạc) và cho kết quả chính xác và phù hợp hơn đối với bài toán tối ưu thực tế.

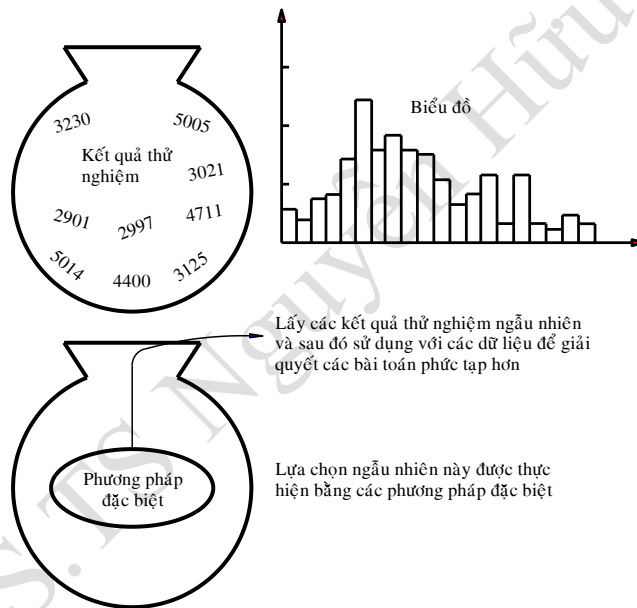
6.1 PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG MONTE CARLO

Phương pháp Monte Carlo được đề xuất năm 1944 bởi John von Neumann – giáo sư toán tại học viện Advanced Study – và Stanislaw Ulam khi họ cùng tham gia nhóm nghiên cứu xây dựng mô hình tính toán phản ứng nhiệt hạch trên máy tính điện tử đầu tiên ENIAC tại viện nghiên cứu khoa học Alamos, mô hình này dùng cho việc nghiên cứu sản xuất vũ khí nguyên tử phục vụ chiến tranh. Trong quá trình làm việc, với nền tảng kiến thức toán sâu rộng, Stan Ulam ý thức rằng kỹ thuật thống kê mẫu trở nên lỗi thời vì tốn nhiều thời gian và buồn chán. Nhưng với những khả năng kỳ diệu của ENIAC (so với lúc bấy giờ) cùng với những chương trình mà ông đang suy nghĩ đã giúp ông nhận thức rằng kỹ thuật thống kê phải được hồi sinh. Stan Ulam đã thảo luận ý kiến với John von Neumann và dẫn tới sự ra đời của phương pháp mô phỏng Monte Carlo.

Ngày nay mô phỏng Monte Carlo trở nên phổ biến và được áp dụng rộng rãi từ những ứng dụng đơn giản như trò chơi, mật mã tới ứng dụng cho mô phỏng các quá trình phức tạp của tự nhiên như chuyển động các nguyên tử, electron, chuyển động các luồng khí lưu trong khí quyển, tính toán kết cấu ...

6.1.1 Khái niệm

Giả sử ta có thông tin về N thử nghiệm, và giả sử ta đặt N kết quả thử vào túi như hình 6.1. Bây giờ ta cần có n kết quả thử nghiệm. Thay vì ta thực hiện thêm n thử nghiệm ta có thể chọn ngẫu nhiên n từ N kết quả thử nghiệm từ túi. Trên hình 6.1 phương pháp thử nghiệm trên gọi là “phương pháp đặc biệt” [36].



Hình 6.1 Biểu đồ phương pháp Monte Carlo

Phương pháp Monte Carlo là phương pháp đặc biệt có thể sử dụng để tạo ra vài kết quả số mà không cần thiết phải thực hiện thử nghiệm thật. Ta có thể sử dụng kết quả từ các thử nghiệm trước đó (hoặc thông tin khác) để thiết lập các phân phối xác suất cho các thông số quan trọng của bài toán. Sau đó ta sử dụng thông tin phân phối này để tạo các các mẫu dữ liệu số.

Trong mỗi thí nghiệm giá trị của các biến ngẫu nhiên đầu vào $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ được lấy mẫu dựa trên các phân phối của chúng. Sau đó các biến ngẫu nhiên đầu ra Y được ước lượng qua hàm trạng thái giới hạn

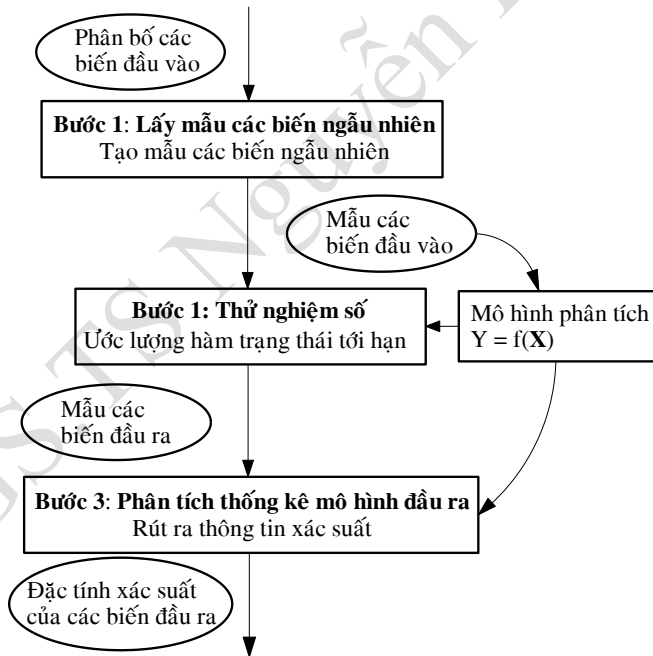
Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

$Y = g(\mathbf{X})$ tại các giá trị mẫu biến ngẫu nhiên đầu vào. Số mẫu càng nhiều thì mô phỏng càng chính xác.

Phương pháp Monte Carlo sử dụng trong các trường hợp sau:

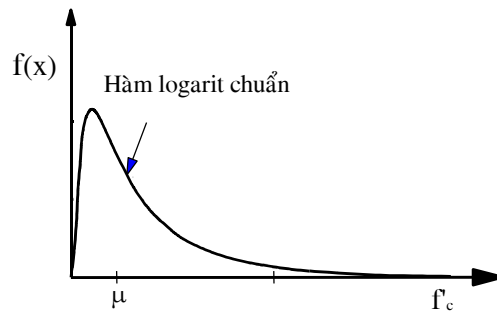
1. Để giải các bài toán phức tạp không thể giải được hoặc thực hiện được nhưng rất khó khăn bằng phương pháp giải tích. Ví dụ, các bài toán xác suất bao gồm các mô hình phần tử hữu hạn phức tạp có thể giải bằng mô phỏng Monte Carlo với điều kiện là công cụ tính toán hiệu quả khi các thông tin đầu vào được biết.
2. Để giải quyết các vấn đề phức tạp (có thể gần đúng) được biểu diễn dạng công thức nếu như nhiều giả thuyết đơn giản được đưa ra. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo, các bài toán ban đầu được nghiên cứu không cần các giả thuyết này, và nhiều kết quả hiện thực có thể thu nhận được.
3. Để kiểm tra kết quả theo các phương pháp khác.

Hình 6.2 minh họa cho trình tự mô phỏng Monte Carlo.



Hình 6.2 Sơ đồ thực hiện mô phỏng Monte Carlo

Giả sử ta tiến hành loạt thử nghiệm thực đối với thanh chịu kéo để xác định giới hạn bền kéo σ_b . Biểu đồ tần suất xuất hiện liên quan được vẽ theo các dữ liệu và phù hợp với phân phối xác suất logarit chuẩn như trên hình 6.3.



Hình 6.3 Hàm mật độ phân phối logarit chuẩn

Bây giờ ta tính đến thanh hình trụ. Khả năng tải nén F_{lim} xác định theo công thức $\sigma_b A$, trong đó A là tiết diện ngang của thanh được cho là đơn định. Giả sử rằng tải trọng tác dụng F phân phối theo quy luật chuẩn với giá trị trung bình m_F và sai lệch bình phương trung bình S_F .

Để xác định xác suất làm việc không hỏng R_F đầu tiên ta xác định hàm trạng thái giới hạn:

$$Y = F_{lim} - F$$

trong đó $F_{lim} = \sigma_b A$.

Xác suất không hỏng là xác suất $F_{lim} > F$:

$$R_F = P(Y > 0) = P(F_{lim} - F > 0)$$

Trong trường hợp này hàm phân phối của F_{lim} không là phân phối chuẩn (là phân phối logarit chuẩn) trong khi đó F là phân phối chuẩn. Mặc dù giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình có thể xác định, tuy nhiên ta không thể có được lời giải trọn vẹn để xác định mật độ phân phối của Y . Khi đó ta có thể giải bài toán bằng mô phỏng Monte Carlo. Trình tự giải như sau:

1. Tạo các giá trị σ_b một cách ngẫu nhiên (sử dụng thông tin phân phối xác suất ở trên) và tính $F_{lim} = \sigma_b A$.
2. Tạo ngẫu nhiên các giá trị F sử dụng phân phối xác suất.
3. Tính $Y = F_{lim} - F$.
4. Lưu các kết quả tính Y .
5. Lặp lại các bước 1-4 đến khi nào tạo đầy đủ các giá trị Y .
6. In các giá trị mô phỏng trên giấy xác suất logarit và sử dụng đồ thị để dự đoán xác suất hỏng. Khi số lượng các giá trị mô phỏng tương đối đầy đủ, xác suất không hỏng hoặc độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = \frac{\text{Số lần } Y > 0}{\text{Tổng số mô phỏng } N} \quad (6.1)$$

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

Ta có thể bỏ qua một số giai đoạn, nhưng trình tự được thực hiện như trên.

6.1.2 Tạo số ngẫu nhiên

Số ngẫu nhiên có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực: mô phỏng, trò chơi, mật mã, thống kê mẫu, đánh giá tính toán sự di chuyển nguyên tử, neutron, tính kết cấu... Có nhiều cách để tạo số ngẫu nhiên, tuy nhiên mỗi cách có những ưu điểm và nhược điểm khác nhau.

Tùy thuộc vào các ứng dụng khác nhau có 3 loại chuỗi số ngẫu nhiên được sử dụng:

Chuỗi số ngẫu nhiên thật: Chuỗi số phát sinh bằng một tiến trình ngẫu nhiên thật sự.

Chuỗi số ngẫu nhiên pseudo: phát sinh bằng một quá trình bất chước quá trình ngẫu nhiên, có bề ngoài trông giống chuỗi ngẫu nhiên thật nhưng không thể thoả mãn tất cả các yêu cầu quy luật của sự ngẫu nhiên, nó có khả năng lặp lại mẫu. Tất cả chuỗi số ngẫu nhiên hiện tại được tạo bằng cách sử dụng thuật toán này.

Chuỗi số ngẫu nhiên quasi: Là dãy số được tạo ra mà không đòi hỏi tuân thủ nghiêm ngặt quy luật ngẫu nhiên, nhưng nó quan trọng để xác định trước tính chất của chuỗi ngẫu nhiên. Chuỗi số ngẫu nhiên quasi xác định như sự điền đầy tính liên tục của không gian phân tán. Cho ví dụ, xét không gian số nguyên $[0, 100]$ chuỗi quasi sẽ điền đầy không gian là 0, 1, 2, ..., 99, 100. Một chuỗi khác là 100, 99, 98, ... 2, 1, 0 hoặc 23, 24, ... 98, 99, 100, 1, 2, ... 21, 22.

Cơ sở của tất cả trình tự mô phỏng Monte Carlo là tạo các số ngẫu nhiên phân phối nằm trong khoảng từ 0 đến 1.

Số ngẫu nhiên pseudo u_i theo quy luật phân phối đều có thể được tính ra từ chuỗi số nguyên dương x_i theo biểu thức:

$$u_i = \frac{x_i}{m} \quad (6.2)$$

trong đó m là số nguyên lớn nhất mà độ lớn của nó xác định bởi giới hạn của máy tính sử dụng.

Một chuỗi số ngẫu nhiên giả lập có thể được tạo bằng mối quan hệ:

$$x_{i+1} = (ax_i + b) \pmod{m} \quad (6.3)$$

trong đó: x_{i+1} là số dư khi chia $ax_i + b$ cho m ; a và b là số nguyên dương bất kỳ nằm trong khoảng 0 đến $m-1$.

Nếu n_i là ký hiệu cho phần nguyên tỉ số $\frac{ax_i + b}{m}$, có nghĩa là:

$$n_i = \text{integer}\left(\frac{ax_i + b}{m}\right)$$

(6.4)

Từ đây suy ra số dư x_{i+1} được xác định theo công thức:

$$x_{i+1} = ax_i + b - mn_i \quad (6.5)$$

Bảng 6.1 Giá trị mô phỏng số ngẫu nhiên phân phối đều nằm giữa 0 và 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.020309	0.033127	0.000130	0.678368	0.749901	0.004410	0.786896	0.758240	0.145653
0.430489	0.701210	0.806671	0.920792	0.413284	0.620277	0.665642	0.326591	0.469284
0.483521	0.127167	0.486504	0.519569	0.661201	0.054749	0.044418	0.091293	0.806831
0.042076	0.302696	0.625565	0.618134	0.559570	0.643761	0.884529	0.411232	0.244232
0.102127	0.848404	0.059792	0.487358	0.709465	0.973251	0.214172	0.336700	0.117424
0.767555	0.482552	0.875122	0.929855	0.465866	0.879158	0.306175	0.578148	0.012344
0.420074	0.739807	0.407494	0.035835	0.406410	0.447418	0.488541	0.724930	0.764931
0.428215	0.939995	0.242844	0.509277	0.050140	0.013969	0.181557	0.714058	0.461121
0.864120	0.406845	0.217110	0.408165	0.826256	0.164749	0.880219	0.548950	0.436852
0.321907	0.936745	0.416229	0.267532	0.292862	0.735695	0.425713	0.268181	0.278061
0.056335	0.517487	0.176140	0.199074	0.605721	0.812744	0.034714	0.164230	0.820686
0.285545	0.297020	0.082779	0.686066	0.237000	0.731834	0.180244	0.252235	0.150665
0.626602	0.802200	0.972084	0.417351	0.944023	0.078903	0.542847	0.988739	0.603935
0.257607	0.407539	0.929993	0.629135	0.988022	0.689888	0.875816	0.240440	0.766434
0.525116	0.053955	0.292442	0.048347	0.602882	0.650726	0.753250	0.502945	0.474098
0.340630	0.217522	0.645370	0.656311	0.713898	0.297356	0.794655	0.369514	0.812866
0.834885	0.128220	0.824715	0.116478	0.906517	0.215714	0.084869	0.249817	0.118675
0.363716	0.238686	0.916412	0.834976	0.645096	0.241737	0.133049	0.338676	0.977463
0.084229	0.942963	0.256401	0.247719	0.741646	0.461365	0.839462	0.834824	0.225166
0.945030	0.545250	0.430618	0.052826	0.074585	0.210533	0.563850	0.409645	0.947723
0.059280	0.478653	0.275002	0.732109	0.557487	0.075180	0.514099	0.925934	0.481071
0.054298	0.773933	0.875488	0.830368	0.357834	0.891243	0.298973	0.406639	0.411148
0.116486	0.778259	0.568016	0.086250	0.365761	0.744659	0.613663	0.253616	0.573891
0.075310	0.123955	0.938522	0.633423	0.912811	0.971367	0.651894	0.716377	0.055237
0.995102	0.947250	0.822945	0.115807	0.740685	0.157303	0.963348	0.610840	0.191124

Trên bảng 6.1 là bảng số ngẫu nhiên tạo theo công thức (6.1)-(6.4) với cột 1, 4, 7: $a = 181$, $b = 309$ và $m = 131072$, $x_0 = 13$; cột 2, 5, 8: $a = 233$, $b = 4109$ và $m = 131072$, $x_0 = 1$; cột 3, 6, 9: $a = 33$, $b = 17$ và $m = 131072$, $x_0 = 0$.

Khi tạo số ngẫu nhiên cần chú ý:

1. Đa số các bộ tạo số ngẫu nhiên đòi hỏi người sử dụng nhập giá trị hạt giống. Đó là số nguyên và sử dụng thủ tục để bắt đầu giải thuật mô phỏng. Khi chọn giá trị hạt giống khác, bạn có thể tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều khác. Do đó, khi bạn

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

chọn cùng một giá trị hạt giống thì bạn có thể tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều như nhau.

2. Khi sử dụng các bộ tạo số ngẫu nhiên cần phải cẩn thận. Vì một vài giải thuật có kết quả tốt hơn.

6.1.3 Giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn

Từ các số ngẫu nhiên phân phối đều trong khoảng từ 0 đến 1 trên mục 6.1.2 ta xác định các biến ngẫu nhiên đầu vào theo phân phối cho trước. Vì phân phối xác suất chuẩn đóng vai trò quan trọng trong phân tích độ tin cậy của kết cấu, khả năng mô phỏng các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn là rất quan trọng. Để tạo tập hợp các giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn z_1, z_2, \dots, z_n đầu tiên ta cần phải tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều u_1, u_2, \dots, u_n phân phối giữa 0 và 1. Sau đó với mỗi giá trị u_i ta có thể tạo giá trị z_i sử dụng biểu thức:

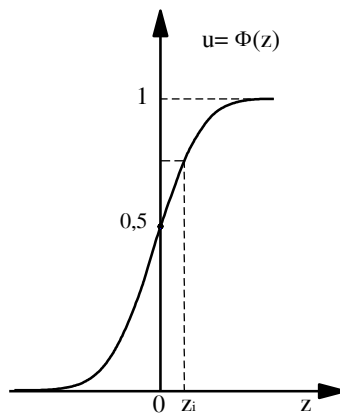
$$z_i = \Phi^{-1}(u_i) \quad (6.6)$$

trong đó Φ^{-1} là hàm ngược của hàm phân phối tích lũy chuẩn tiêu chuẩn.

Hình 6.4 biểu diễn sự quan hệ này bằng đồ thị. Ta có thể sử dụng biểu thức sau đây để xác định hàm ngược Φ^{-1} :

$$z = \Phi^{-1}(u) = -t + \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \quad \text{khi } u \leq 0,5 \quad (6.7)$$

trong đó: $c_0 = 2,51551$; $c_1 = 0,802853$; $c_2 = 0,010328$; $d_1 = 1,432788$; $d_2 = 0,189269$; $d_3 = 0,001308$ và $t = \sqrt{-\ln(u^2)}$.



Hình 6.4

Khi $u > 0,5$, Φ^{-1} được tính theo $u^* = (1 - u)$, sau đó ta sử dụng mối quan hệ sau:

$$z = \Phi^{-1}(u) = -\Phi^{-1}(u^*) \quad (6.8)$$

Chương 6

Đối với phân phối chuẩn bất kỳ ta tạo các giá trị mẫu như thế nào? Giả sử rằng t có biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn X với giá trị trung bình m_X và độ lệch chuẩn S_X . Quan hệ cơ bản giữa X và hệ số biến phân tiêu chuẩn có sự quan hệ sau:

$$X = m_X + zS_X \quad (6.9)$$

Giả sử cho trước giá trị mẫu z_i đã tạo, sử dụng phương pháp trình bày ở trên, giá trị x_i tương ứng được tính, sử dụng công thức:

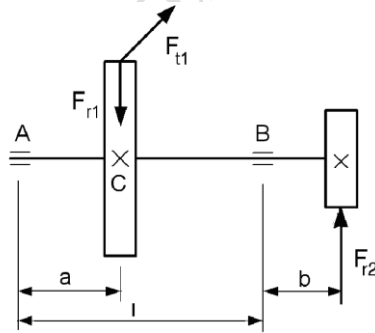
$$x_i = m_X + z_i S_X \quad (6.10)$$

Từ các giá trị biến ngẫu nhiên đầu vào thu được ta xác định giá trị các biến ngẫu nhiên đầu ra y_i theo hàm trạng thái giới hạn $Y = g(X)$. Sau đó xác định giá trị trung bình và sai lệch trung bình đại lượng ngẫu nhiên:

$$m_Y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad \text{và} \quad S_Y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - m_Y)^2}$$

Ví dụ 6.1

Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để xác định ứng suất trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất và hàm trạng thái giới hạn tại điểm B trực tuyến động hình 6.5. Giá trị các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với $m_T = 181380$ mm, $S_T = 18138$ Nmm, $m_{F_{r2}} = 792$ N, $S_{F_{r2}} = 79,2$ N, $m_{\sigma_{lim}} = 111,078$ MPa, $S_{\sigma_{lim}} = 14,871132$ MPa.



Hình 6.5

Hàm trạng thái giới hạn trực tại vị trí B:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}) &= \sigma_{lim} - \sigma = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2} \\ &= \sigma_{lim} - 10^{-3} \sqrt{11528 I F_{r2}^2 + 0,10674166 T^2} \end{aligned}$$

Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm 10 giá trị của giới hạn mỗi σ_{lim} , tải trọng F và mômen xoắn T . Điều đó đòi hỏi ta phải có 30 số ngẫu nhiên phân phối đều trong khoảng từ 0 đến 1. Ta lấy theo các cột

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

1, 2 và 3, mỗi cột 10 số (bảng 6.1). Các đại lượng ngẫu nhiên xác định: $F_{r2i} = 792 + z_i 79,2$; $T_i = 181380 + z_i 18138$ và $\sigma_{limi} = 111,078 + z_i 14,871132$.

Bảng 6.2 Kết quả tính theo phân phối chuẩn cho $N = 10$

STT	u_i	Z_i	F_{r2}	u_i	Z_i	T	u_i	Z_i	σ_{lim}
1	0.020309	-	646.500	0.03312	-	144236.3046	0.000130	-	51.21607
		2.047839	5	7	1.837114			3.652924	
2	0.678368	0.462713	845.371	0.74990	0.67387	189772.6946	0.004410	-	68.15335
			0	1	7			2.619369	
3	0.786896	0.795493	847.469	0.75824	0.70037	195808.6569	0.145653	-	93.78478
			4	0	1			1.055275	
4	0.430489	-	833.777	0.70121	0.52748	178209.7820	0.806671	0.865550	125.26212
		0.174783	0	0	7				
5	0.920792	1.410670	774.677	0.41328	-	206966.7336	0.620277	0.305773	116.08882
			8	4	0.218715				
6	0.665642	0.427474	756.446	0.32659	-	189133.5244	0.469284	-	109.81818
			0	1	0.448915			0.076877	
7	0.483521	-	701.714	0.12716	-	180632.5755	0.486504	-	110.52503
		0.041208	8	7	1.139965			0.033744	
8	0.519569	0.048942	824.892	0.66120	0.41530	182267.7126	0.054749	-	84.84506
			2	1	5			1.600799	
9	0.044418	-	686.423	0.09129	-	150510.1608	0.806831	0.866135	125.27170
		1.701943	1	3	1.333042				
10	0.042076	-	751.112	0.30269	-	150047.1507	0.625565	0.319689	116.31687
		1.727470	3	6	0.516259				

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất σ xác định theo công thức sau:

$$m_\sigma = \frac{1}{10} \sum \sigma_i = 63,379409 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_i - m_\sigma)^2}{N-1}} = 7,077554 \text{ MPa}$$

Kết quả tính theo phương pháp mômen thích hợp:

- Giá trị trung bình:

$$m_\sigma = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}$$

$$= \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} = 65,078 \text{ MPa}$$

- Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_{\sigma} = \sqrt{\left(\frac{32.90^2 \bar{F}_{r2}}{\pi d^3 \sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} S_{Fr2} \right)^2 + \left(\frac{24 \bar{T}^2}{\pi d^3 \sqrt{b^2 \bar{F}_{r2}^2 + 0,75 \bar{T}^2}} S_T \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{32.90^2 \cdot 792}{\pi 30^3 \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2}} 79,2 \right)^2 + \left(\frac{24 \cdot 181380}{\pi 30^3 \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2}} 18138 \right)^2}$$

$$= 5,5095 \text{ MPa}$$

- Hệ số biến phân:

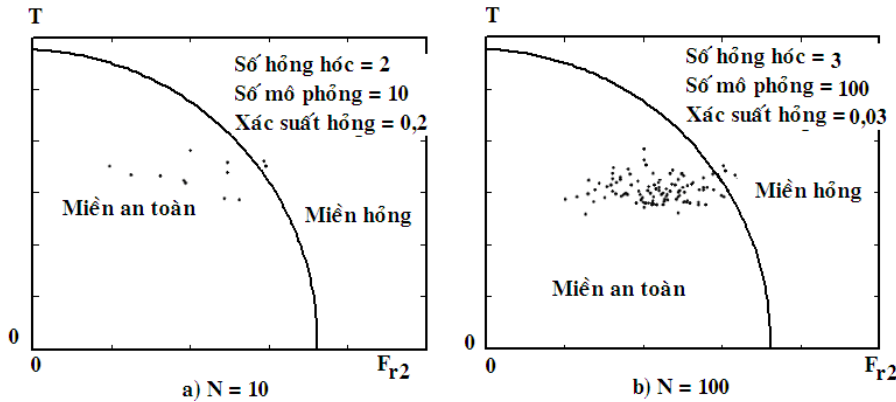
$$v_{\sigma} = 0,08466$$

Để đánh giá độ tin cậy ta xác định giá trị của hàm trạng thái giới hạn, khi $g(X) < 0$ thì chi tiết bị hỏng, Bài toán trên có 2/10 trường hợp $g(X) < 0$. Khi tiến hành với số thử nghiệm N lớn ta sẽ thu được kết quả chính xác. Dựa theo trình tự tính toán chúng tôi lập chương trình mô phỏng Mocsim (Monte Carlo Simulation). Các số liệu thu được với các số thử nghiệm N khác nhau cho trong bảng 6.3.

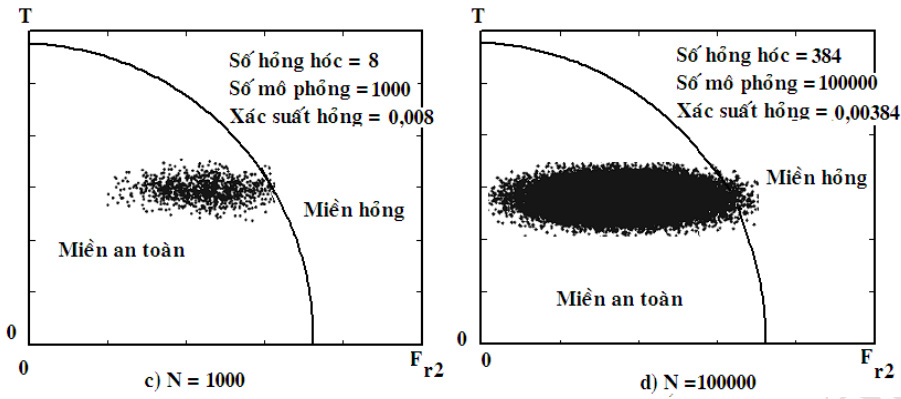
Bảng 6.3 Bảng so sánh theo phân phối chuẩn

Số thử nghiệm	N=10	N=100	N=1000	N=24900	N=100000
Giá trị trung bình	63,379409	64,552621	65,345245	65,177480	65,17004
Sai lệch bình phương trung bình	7,077554	5,853604	5,591907	5,499560	5,498242
Độ tin cậy	0,80	0,97	0,992	0,9956225	0,99616

Kết quả được minh họa bằng các hình 6.6.



Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng



Hình 6.6

Số thử nghiệm cần thiết N để đạt độ tin cậy $R = 0,996$ xác định theo công thức:

$$N = \frac{R}{v_F^2(1-R)} = \frac{0,996}{0,1^2(1-0,996)} = 24900 \text{ thử nghiệm}$$

6.1.4 Giá trị biến ngẫu nhiên logarit chuẩn

Giả sử X là biến ngẫu nhiên phân phối theo logarit chuẩn với giá trị trung bình m_X và sai lệch chuẩn S_X . Để tạo giá trị mẫu x_i , đầu tiên ta tạo giá trị mẫu u_i của số ngẫu nhiên phân phối đều $0 \leq u_i \leq 1$. Sau đó giá trị mẫu z_i phân phối chuẩn tiêu chuẩn được tính theo công thức (6.3). Cuối cùng ta có sự quan hệ giữa biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn và logarit chuẩn, ta thu được x_i theo biểu thức:

$$x_i = e^{(m_{\ln X} + z_i S_{\ln X})} \tag{6.11}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của $\ln X$:

$$S_{\ln X}^2 = \ln(v_X^2 + 1) \approx v_X^2 \text{ (với } v_X < 0,20) \tag{6.12}$$

$$m_{\ln X} = \ln m_X - \frac{1}{2} S_{\ln X}^2 \approx \ln m_X \text{ (với } v_X < 0,20) \tag{6.13}$$

Nếu xấp xỉ quan hệ theo biểu thức (6.12) và (6.13), phương trình (6.11) có thể được viết lại như sau:

$$x_i = m_X e^{z_i v_X} \tag{6.14}$$

Ví dụ 6.2

Giải bài toán như ví dụ 6.1 với tải trọng F_{r2} và mômen xoắn là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật logarit chuẩn.

Các giá trị mô phỏng của F_{r2} và T được tính theo công thức:

$$x_i = m_X e^{z_i v_X} \text{ với } v_{Fr2} = v_T = 0,1$$

Cụ thể là $T_i = 181380 e^{0,1z_i}$ và $F_{r2i} = 792e^{0,1z_i}$. Các kết quả tính trình bày trong bảng 6.4.

Bảng 6.4 Kết quả tính theo phân phối logarit chuẩn cho $N = 10$

STT	u_i	Z_i	F_2	u_i	Z_i	T	u_i	Z_i	σ_{lim}
1	0.020309	-2.047839	659.0833	0.033127	-1.837114	147792.6716	0.000130	-3.652924	51.21607
2	0.678368	0.462713	847.2104	0.749901	0.673877	189969.8950	0.004410	-2.619369	68.15335
3	0.786896	0.795493	849.4580	0.758240	0.700371	196398.0771	0.145653	-1.055275	93.78478
4	0.430489	-0.174783	834.8984	0.701210	0.527487	178237.3263	0.806671	0.865550	125.26212
5	0.920792	1.410670	774.8659	0.413284	-0.218715	208859.3971	0.620277	0.305773	116.08882
6	0.665642	0.427474	757.2322	0.326591	-0.448915	189301.6328	0.469284	-0.076877	109.81818
7	0.483521	-0.041208	706.6708	0.127167	-1.139965	180634.1134	0.486504	-0.033744	110.52503
8	0.519569	0.048942	825.5848	0.661201	0.415305	182269.8885	0.054749	-1.600799	84.84506
9	0.044418	-1.701943	693.1575	0.091293	-1.333042	152994.1973	0.806831	0.866135	125.27170
10	0.042076	-1.727470	752.1498	0.302696	-0.516259	152604.1459	0.625565	0.319689	116.31687

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất σ xác định theo công thức sau:

$$m_\sigma = \frac{1}{5} \sum \sigma_i = 63,764479 \text{MPa}$$

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_i - m_\sigma)^2}{N-1}} = 6,765801 \text{MPa}$$

Dựa theo trình tự tính toán chúng tôi lập chương trình mô phỏng Mocsim (Monte Carlo Simulation) Các số liệu thu được với các số thử nghiệm N khác nhau cho trong bảng 6.5.

Bảng 6.5 Bảng so sánh theo phân phối logarit

Số thử nghiệm	N=10	N=100	N=1000	N=24900	N=100000
Giá trị trung bình	63,764479	64,887591	65,683729	65,502357	65,495243
Sai lệch bình phương trung bình	6,765801	5,828870	5,669233	5,560178	5,554705
Độ tin cậy R	0,80	0,97	0,992	0,9951406	0,99581

6.1.5 Trình tự tổng quát để tạo giá trị biến ngẫu nhiên từ một phân phối bất kỳ

Trong các mục trước ta tính đến tạo các giá trị mẫu của các biến ngẫu nhiên cho một số hàm phân phối trong phân tích độ tin cậy kết cấu. Trình tự tổng quát có thể áp dụng cho bất kỳ dạng phân phối nào.

Giả sử rằng biến ngẫu nhiên X với hàm phân phối tích lũy $F_X(x)$. Để tạo giá trị mẫu x_i cho biến ngẫu nhiên ta thực hiện theo trình tự sau:

1. Tạo giá trị mẫu u_i cho biến ngẫu nhiên phân phối giữa 0 và 1.
2. Tính giá trị mẫu x_i từ công thức sau:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \tag{6.15}$$

trong đó F_X^{-1} là hàm ngược của F_X .

Trình tự trình bày ở trên là tổng quát. Tuy nhiên trong một số trường hợp rất khó xác định hàm ngược F_X^{-1} của hàm phân phối tích lũy.

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

6.1.6 Độ chính xác của xác suất dự đoán

Trong trường hợp sử dụng kết quả mô phỏng để dự đoán xác suất hỏng thì xác suất dự đoán càng chính xác khi số mẫu thử càng lớn. Trong phần này ta chú ý đến sự liên quan giữa sự thay đổi của xác suất dự đoán và số mô phỏng.

Xác suất hỏng dự đoán tính theo công thức:

$$\bar{F} = \frac{n}{N} \quad (6.16)$$

trong đó N là tổng số mô phỏng và n là số lượng (trong tổng số N) chi tiết bị hỏng.

Điểm dự đoán \bar{F} gọi là “dự đoán mẫu”. Theo cách này giá trị trung bình tính toán sẽ khác nhau qua mỗi lần thử. Khi đó xác suất dự đoán được xem như là biến ngẫu nhiên với giá trị trung bình, sai lệch chuẩn và hệ số biến phân.

Giả sử F_{lt} là xác suất lý thuyết chính xác là bạn cố gắng để tính \bar{F} . Khi đó kỳ vọng toán, phương sai và hệ số biến phân xác định theo công thức [36]:

$$m_{\bar{F}} = F_{lt}; \quad S_{\bar{F}}^2 = \frac{1}{N} [F_{lt}(1-F_{lt})] \quad \text{suy ra} \quad v_{\bar{F}} = \sqrt{\frac{(1-F_{lt})}{N(F_{lt})}} \quad (6.17)$$

Từ đây suy ra:

$$N = \frac{(1-F_{lt})}{v_{\bar{F}}^2(F_{lt})} = \frac{R}{v_{\bar{F}}^2(1-R)} \quad (6.18)$$

Ta thấy rằng sự thay đổi trong dự đoán xác suất giảm đi nếu số mô phỏng tăng lên. Từ các quan hệ này ta xác định bao nhiêu mô phỏng cần thiết để dự đoán xác suất và giới hạn miền thay đổi của xác suất.

6.2 PHƯƠNG PHÁP LẤY MẪU THEO LATIN HYPERCUBE

Phương pháp mẫu ngẫu nhiên và mô phỏng Monte Carlo đã trình bày là một công cụ mạnh và hữu ích để phân tích xác suất. Ngoài ra trong vài trường hợp, đối với bài toán phân tích cực kỳ phức tạp và thời gian cần thiết cho mỗi lần thử rất lâu. Kết quả là thời gian cần để thực hiện vài trăm hoặc vài ngàn mô phỏng thì không thể khả thi.

Phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube là một trong các phương pháp để giảm số mô phỏng để thu được kết quả hợp lý. Trong phương pháp này phạm vi các giá trị có thể của mỗi biến ngẫu nhiên nhập vào được phân chia thành nhiều đoạn và mỗi giá trị từ một đoạn được chọn một cách ngẫu nhiên như là giá trị đại diện. Các giá trị đại diện cho mỗi biến

Chương 6

ngẫu nhiên sau đó được kết hợp với biến ngẫu nhiên khác, sao cho mỗi biến đại diện tính đến một và chỉ một lần trong quá trình mô phỏng. Trong trường hợp này tất cả các giá trị có thể của các biến ngẫu nhiên được trình bày trong mô phỏng.

Trong trường hợp cụ thể giả sử rằng ta cần mô phỏng các giá trị của hàm Y mô tả bằng phương trình:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_K) \quad (6.19)$$

trong đó: $f(X_1, X_2, \dots, X_K)$ là một hàm đơn định (nhưng không thể biết rõ dạng) với X_i ($i = 1, 2, \dots, K$) là các biến ngẫu nhiên đầu vào.

Các bước cơ bản của phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube bao gồm:

1. Chia miền của mỗi biến X_i thành N đoạn. Mỗi đoạn chia có xác suất xuất hiện X_i là $1/N$.
2. Cho mỗi biến X_i và mỗi đoạn (trong N đoạn), chọn ngẫu nhiên giá trị đại diện trên mỗi đoạn. Trong thực tế nếu số lượng đoạn lớn thì tâm điểm (giá trị trung bình) của mỗi đoạn được sử dụng, thay vì dùng các mẫu ngẫu nhiên.
3. Sau bước 1 và 2 ta có N giá trị đại diện cho K biến ngẫu nhiên. Ta có N^K sự kết hợp có thể của các giá trị đại diện này. Mục tiêu của lấy mẫu theo Latin Hypercube là chọn N kết hợp sao cho mỗi giá trị đại diện xuất hiện một và chỉ một lần trong N sự kết hợp.
4. Để nhận được sự kết hợp đầu tiên, ta chọn một cách ngẫu nhiên một trong những giá trị đại diện của một trong K biến ngẫu nhiên. Để nhận sự kết hợp thứ hai ta chọn ngẫu nhiên một trong $N-1$ giá trị ngẫu nhiên còn lại của mỗi biến ngẫu nhiên. Để nhận sự kết hợp thứ ba ta chọn ngẫu nhiên một trong $N-2$ giá trị ngẫu nhiên còn lại của mỗi biến ngẫu nhiên. Tiếp tục quá trình lựa chọn đến khi nào ta có N sự kết hợp các giá trị của các biến ngẫu nhiên đầu vào.
5. Ước lượng phương trình (6.19) cho mỗi N sự kết hợp các biến đầu vào đã tạo ở trên. Nó chỉ đến N giá trị của hàm, các giá trị này được xem như là y_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

Trình tự này cung cấp dữ liệu mô phỏng. Sau đó ta sử dụng dữ liệu để dự đoán xác suất hoặc các thông số thống kê của Y . Các công thức được sử dụng phổ biến bao gồm:

$$\text{Giá trị trung bình dự đoán của } Y = \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (6.20)$$

$$\text{Mômen bậc } m \text{ ước lượng của } Y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i)^m \quad (6.21)$$

$$\text{Hàm phân phối ước lượng } F_{Y(y)} = \frac{\text{Số lần } y_i \leq y}{N}$$

(6.22)

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

Ví dụ 6.3

Giải bài toán trên ví dụ 6.1 theo phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube. Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75T^2} = 10^{-3} \sqrt{1152,8 F_{r2}^2 + 0,10674166T^2}$$

Bài toán có hai biến ngẫu nhiên, do đó $K = 2$. Giá trị trung bình và sai lệch trung bình $m_{Fr2} = 792$ N, $S_{Fr2} = 79,2$ N, $m_T = 181380$ Nmm, $S_T = 18138$ Nmm.

Để giải bài toán ta định 4 đoạn cho mỗi biến với các số liệu cho trong bảng 6.6:

Bảng 6.6

F_{r2} , phân phối chuẩn	$(-\infty, 739,2)$	$(739,2, 792)$	$(792, 844,8)$	$(844,8, +\infty)$
T, phân phối chuẩn	$(-\infty, 739,2)$	$(169288, 181380)$	$(181380, 193472)$	$(193472, +\infty)$

Trong các đoạn này ta chọn các giá trị đại diện như bảng 6.7:

Bảng 6.7

F_{r2} , phân phối chuẩn	(710)	(750)	(815)	(875)
T, phân phối chuẩn	(150000)	(175000)	(188500)	(212000)

Có tất cả $N^k = 4^2$ sự kết hợp giữa các giá trị trên, ta chọn 4 sự kết hợp với điều kiện mỗi đại diện chỉ xuất hiện một lần:

$$(F_{r2}, T) = (710, 188500); (750, 150000); (815, 212000); (875, 175000)$$

Tương ứng mỗi cặp số ta tính giá trị σ :

$$\sigma_1 = 10^{-3} \sqrt{1152,81.710^2 + 0,10674166188500^2} = 66,1355$$

$$\sigma_2 = 10^{-3} \sqrt{1152,81.750^2 + 0,10674166150000^2} = 66,6425$$

$$\sigma_3 = 10^{-3} \sqrt{1152,81.815^2 + 0,10674166212000^2} = 74,5843$$

$$\sigma_4 = 10^{-3} \sqrt{1152,81.875^2 + 0,10674166175000^2} = 64,4328$$

Ước lượng giá trị trung bình ứng suất:

$$m_\sigma = \frac{1}{4}(66,1355 + 66,6425 + 74,5843 + 64,4328) = 67,9488 \text{ MPa}$$

Giá trị này gần với giá trị tính bằng công thức xấp xỉ, tuy nhiên còn sai số vì số đoạn ta chọn chỉ có 4.

6.3 PHƯƠNG PHÁP DỰ ĐOÁN ĐIỂM ROSENBLUETH

Các bài toán phức tạp bạn còn có thể sử dụng phương pháp dự đoán điểm. Mặc dù có nhiều phương pháp, nhưng phương pháp $2K+1$ được đề xuất bởi Rosenblueth là thực hiện dễ nhất. Phương pháp này được xem như phương pháp mô phỏng $N = 2K+1$, với K là biến ngẫu nhiên đầu vào. Ý tưởng chính là ước lượng hàm số tại $2K+1$ điểm chủ chốt và sau đó sử dụng thông tin này để ước lượng giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình (hệ số biến phân) của hàm số. Tuy nhiên hàm phân phối tích lũy không thể thu được từ phương pháp này.

Giả sử hàm Y được mô tả bởi:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_K) \quad (6.23)$$

trong đó: $f(\)$ là một hàm đơn định (nhưng không thể biết rõ biểu thức) và X_i ($i = 1, 2, \dots, K$) là các biến ngẫu nhiên đầu vào.

Các bước cơ bản của phương pháp $2K + 1$ bao gồm:

1. Xác định giá trị trung bình (m_{X_i}) và sai lệch chuẩn (S_{X_i}) cho mỗi biến ngẫu nhiên nhập vào K.
2. Định y_0 như là giá trị của phương trình (6.23) khi tất cả các biến đầu vào đều có giá trị trung bình, nghĩa là:

$$y_0 = f(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_K}) \quad (6.24)$$

3. Ước lượng hàm Y tại $2K$ điểm bổ sung như sau: cho mỗi biến ngẫu nhiên X_i ta ước lượng hàm tại hai giá trị của X_i là $m_{X_i} \pm S_{X_i}$ khi tất cả các biến còn lại đều gán giá trị trung bình. Các giá trị của hàm thu được ta gọi là y_i^+ và y_i^- :

$$y_i^+ = f(m_{X_1}, m_{X_2}, m_{X_i} + S_{X_i}, \dots, m_{X_K}) \quad (6.25a)$$

$$y_i^- = f(m_{X_1}, m_{X_2}, m_{X_i} - S_{X_i}, \dots, m_{X_K}) \quad (6.25b)$$

4. Đối với mỗi biến ngẫu nhiên, ta tính hai đại lượng sau đây:

$$\bar{y}_i = \frac{y_i^+ + y_i^-}{2} \quad \text{và} \quad v_{y_i} = \frac{y_i^+ - y_i^-}{y_i^+ + y_i^-} \quad (6.26)$$

5. Ta tính giá trị trung bình và hệ số biến phân ước lượng của Y theo các công thức sau:

$$\bar{Y} = y_0 \prod_{i=1}^K \bar{y}_i \quad \text{và} \quad v_y = \sqrt{\left\{ \prod_{i=1}^K (1 + v_{y_i}^2) \right\} - 1} \quad (6.27)$$

Phương pháp này có hai ưu điểm. Thứ nhất là không cần biết qui luật phân phối của các thông số đầu vào, chỉ cần hai mômen (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình). Thứ hai là số lượng mô phỏng tương đối nhỏ so với phương pháp mô phỏng Monte Carlo và lấy mẫu Latin Hypercube.

Ví dụ 6.4

Giải bài toán trên ví dụ 6.1 theo phương pháp dự đoán điểm Rosenblueth. Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2} = 10^{-3} \sqrt{1152,8 F_{r2}^2 + 0,10674166 T^2}$$

1. Giá trị trung bình và sai lệch trung bình $m_{F_{r2}} = 792$ N, $S_{F_{r2}} = 79,2$ N, $m_T = 181380$ Nmm, $S_T = 18138$ Nmm.

2. Tính:

$$\sigma_0 = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2} = \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot 181380^2} = 65,078 \text{ MPa}$$

3. Ước lượng hàm tại $2K = 2(2) = 4$ điểm thêm vào:

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

$$\sigma_1^+ = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2(\bar{F}_{r2} + S_{Fr2})^2 + 0,75\bar{T}^2} = \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot (792 + 79,2)^2 + 0,75 \cdot 181380^2} = 66,232 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1^- = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2(\bar{F}_{r2} - S_{Fr2})^2 + 0,75\bar{T}^2} = \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot (792 - 79,2)^2 + 0,75 \cdot 181380^2} = 64,011 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^+ = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2\bar{F}^2 + 0,75(\bar{T} + S_T)^2} = \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot (181380 + 18138)^2} = 70,484 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^- = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2\bar{F}^2 + 0,75(\bar{T} - S_T)^2} = \frac{32}{\pi 30^3} \sqrt{90^2 \cdot 792^2 + 0,75 \cdot (181380 - 18138)^2} = 59,758 \text{ MPa}$$

4. Các giá trị trung bình và hệ số biến phân:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1^+ + \sigma_1^-}{2} = 65,1215 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{\sigma_2^+ + \sigma_2^-}{2} = 65,121 \text{ MPa}$$

$$v_{\sigma_1} = \frac{\sigma_1^+ - \sigma_1^-}{\sigma_1^+ + \sigma_1^-} = 0,01705$$

$$v_{\sigma_2} = \frac{\sigma_2^+ - \sigma_2^-}{\sigma_2^+ + \sigma_2^-} = 0,08235$$

5. Ước lượng giá trị trung bình và hệ số biến phân cho ứng suất σ :

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \prod_{i=1}^2 \left(\frac{\bar{\sigma}_i}{\sigma_0} \right) = 65,1645 \text{ MPa}$$

$$v_{\sigma} = \sqrt{\left\{ \prod_{i=1}^2 (1 + v_{\sigma_i}^2) \right\}} - 1 = 0,08412$$

Suy ra sai lệch bình phương trung bình:

$$S_{\sigma} = \bar{\sigma} S_{\sigma} = 5,481638$$

6.4 PHƯƠNG PHÁP BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Trong nhiều ứng dụng kỹ thuật việc ước lượng hàm trạng thái giới hạn tốn nhiều thời gian và công sức. Phân tích sự thay đổi cần nhiều các ước lượng này. Một lời giải cho bài toán này là tạo mô hình thay thế để thay thế các hàm trạng thái tới hạn ban đầu. Khi ước lượng hoặc đánh giá hàm thay thế sẽ tốn ít thời gian và công sức hơn là hàm trạng thái giới hạn ban đầu. Quá trình thay thế này được thực hiện bằng phương pháp bề mặt đáp ứng. Khi đã thu được hàm thay thế thì ta sẽ sử dụng các phương pháp đã khảo sát như mô phỏng Monte Carlo, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc nhất, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc hai... để phân tích độ tin cậy.

Trong phương pháp bề mặt đáp ứng ta cần phải xác định dạng phương trình thay thế (bậc nhất, bậc hai), các điểm thực nghiệm và tìm các hệ số chưa biết của mô hình thay thế. Hàm thay thế cần phải chính xác so với mô hình ban đầu và cần số thực nghiệm ít nhất. Mô hình bề mặt đáp ứng thích hợp cho các mô hình này, mô hình này có dạng đa thức.

Phương pháp bề mặt đáp ứng chia ra: bề mặt đáp ứng phân tích, bề mặt đáp ứng thiết kế. Khi thiết kế phân ra: bề mặt đáp ứng toàn cục và cục bộ.

Trình tự tổng quát của phương pháp bề mặt đáp ứng:

1. Xác định biến thiết kế (biến đầu vào) và biến đáp ứng (đầu ra).
2. Xác định điều kiện giới hạn của các biến thiết kế.
3. Quy hoạch thực nghiệm, bao gồm: số thực nghiệm, các mức biến thiết kế, sự kết hợp các biến thiết kế và dạng bề mặt đáp ứng. Ngoài ra ta có thể sử dụng các phương pháp thử Latin Hypercube, mô phỏng Monte Carlo để tiến hành thực nghiệm.
4. Tiến hành thực nghiệm để thu các biến đáp ứng tại điểm thiết kế xác định ở bước 3.
5. Xác định các hệ số chưa biết của mô hình bề mặt đáp ứng và thực hiện các phân tích khác, ví dụ phân tích độ nhạy.
6. Sử dụng mô hình bề mặt đáp ứng để phân tích độ tin cậy.

Xét yếu tố được ký hiệu là Z_j , ta có:

$$Z_j^0 = \frac{Z_j^{\max} + Z_j^{\min}}{2}, j = 1... k \quad (6.28)$$

trong đó: Z_j^0 - mức cơ sở, Z_j^{\max} - mức cao, Z_j^{\min} - mức thấp.

Các giá trị mã hóa x_j và Z_j có mối quan hệ sau:

$$x_j = \frac{Z_j - Z_j^0}{\Delta Z_j} \quad (6.29)$$

với $\Delta Z_j = \frac{Z_j^{\max} - Z_j^{\min}}{2}$ được gọi là khoảng biến thiên của yếu tố Z_j tính từ mức cơ sở.

6.4.1 Thực nghiệm yếu tố từng phần

Phương trình hồi quy tuyến tính có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i \quad (6.30)$$

$$\text{với } b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ji} y_j, i = 1, 2, \dots, k \quad (6.31)$$

trong đó: k là số yếu tố độc lập, N là số thí nghiệm.

Ví dụ 6.5

Sử dụng phương pháp bề mặt đáp ứng để thay thế hàm (ví dụ 6.1):

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0,75 T^2} = 10^{-3} \sqrt{1152,81 F_{r2}^2 + 0,10674166 T^2} \text{ bằng hàm bậc}$$

nhất.

Thực nghiệm được thực hiện với các số liệu cho trong bảng 6.8:

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

Bảng 6.8 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

Các yếu tố theo tỉ lệ tự nhiên			Các yếu tố trong hệ mã hóa			
STT	F _{r2}	T	x ₀	x ₁	x ₂	σ
1	1029,6	235794	+	+	+	84,5977
2	1029,6	126966	+	+	-	54,2474
3	554,4	235794	+	-	+	79,3034
4	554,4	126966	+	-	-	45,5226

Xác định các hệ số phương trình hồi quy tuyến tính:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{0j} y_j = \frac{84,5977 + 54,2474 + 79,3034 + 45,5226}{4} = 65,91775$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{1j} y_j = \frac{84,5977 + 54,2474 - 79,3034 - 45,5226}{4} = 3,504775$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{2j} y_j = \frac{84,5977 - 54,2474 + 79,3034 - 45,5226}{4} = 16,032775$$

Phương trình hồi quy có dạng:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775x_1 + 16,032775x_2$$

Thay thế các giá trị:

$$x_1 = \frac{F_{r2} - 792}{237,6} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{T - 181380}{54414}$$

vào phương trình trên ta có:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775 \frac{F_{r2} - 792}{237,6} + 16,032775 \frac{T - 181380}{54414}$$

$$\sigma = 0,79258 + 0,014750736 F_{r2} + 0,0002946443 T$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

$$m_\sigma = 65,9177 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = 5,47046 \text{ MPa}$$

Nếu xét mô hình đầy đủ hơn thì **phương trình hồi quy tuyến tính đầy đủ** có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k b_{iu} x_i x_u \quad (6.32)$$

Các hệ số xác định theo công thức:

$$b_{iu} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_i x_u)_j y_j}{N}, \quad i, u = 1, 2, \dots, k \quad (6.33)$$

trong đó: k là số yếu tố độc lập; N là số thí nghiệm.

Ví dụ 6.6

Giải bài toán 6.5 với mô hình tuyến tính đầy đủ.

Thực nghiệm được thực hiện với các số liệu cho trong bảng 6.9:

Bảng 6.9 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

Các yếu tố theo tỉ lệ tự nhiên			Các yếu tố trong hệ mã hóa				
STT	F_{r2}	T	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	σ
1	1029,6	235794	+	+	+	+	84,5977
2	1029,6	126966	+	+	-	-	54,2474
3	554,4	235794	+	-	+	-	79,3034
4	554,4	126966	+	-	-	+	45,5226

Xác định các hệ số phương trình hồi quy tuyến tính đầy đủ:

$$b_{12} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_1x_2)_j y_j}{N} = -0,857625$$

Phương trình hồi quy có dạng:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775x_1 + 16,032775x_2 - 0,857625x_1x_2$$

Thay thế các giá trị:

$$x_1 = \frac{F_{r2} - 792}{237,6} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{T - 181380}{54414}$$

vào phương trình trên ta có:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775 \frac{F_{r2} - 792}{237,6} + 16,032775 \frac{T - 181380}{54414} - 0,857625 \left(\frac{F_{r2} - 792}{237,6} \right) \left(\frac{T - 181380}{54414} \right)$$

$$\sigma = -8,7365867 + 0,02678251F_{r2} + 0,0003471813T - 6,63346.10^{-8}TF_{r2}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

$$m_\sigma = 65,91775 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = 5,47046 \text{ MPa}$$

6.4.2 Phương án thực nghiệm cấp 2

Phương trình hồi quy bậc hai có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i < u \\ u, i=1}}^k b_{iu} x_i x_u \quad (6.34)$$

Tổng số thí nghiệm chính: $N = 2^k + 2k + n_0$

Các hệ số phương trình hồi qui được xác định (theo qui hoạch dạng

B):

$$b_0 = K_1 \sum_{j=1}^N y_j - K_2 \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j \quad (6.35)$$

$$b_i = K_3 \sum_{j=1}^N x_{ij} y_j \quad (6.36)$$

$$b_{iu} = K_6 \sum_{j=1}^N x_{iu} x_{uj} y_j \quad (6.37)$$

Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

$$b_{ii} = K_4 \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j + K_5 \sum_{i=1}^k x_{ij}^2 y_j - K_2 \sum_{i=1}^N y_j \quad (6.38)$$

Các hệ số $K_1 - K_6$ cho trong bảng 6.10.

Bảng 6.10

K_i	Dạng quy hoạch thực nghiệm B			
	B_2 (k=2, N=8)	B_3 (k=3, N=14)	B_4 (k=4, N=24)	B_5 (k=5, N=42)
K_1	1,25	0,40924	0,22917	0,15821
K_2	0,75	0,15624	0,0625	0,0332
K_3	0,16667	0,1	0,05556	0,02941
K_4	0,5	0,5	0,5	0,5
K_5	0,25	-0,09375	-0,10417	-0,0918
K_6	0,25	0,125	0,0625	0,03125

Ví dụ 6.7

Giải bài toán ví dụ 6.5 với mô hình phương trình hồi quy bậc hai.

Ta tiến hành thực nghiệm theo phương án quy hoạch dạng B với ma trận quy hoạch 2 yếu tố theo bảng 6.11:

Bảng 6.11 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

STT	Các yếu tố tự nhiên		Các yếu tố trong hệ mã hóa				σ
	F_{r2}	T	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	
1	1029,6	235794	+	+	+	+	84,597729
2	1029,6	126966	+	+	-	-	54,247405
3	554,4	235794	+	-	+	-	79,303444
4	554,4	126966	+	-	-	+	45,552623
5	1029,6	181380	+	+	0	0	68,802098
6	554,4	181380	+	-	0	0	62,177080
7	792	235794	+	0	+	0	81,595499
8	792	126966	+	0	-	0	49,435117

Xác định các hệ số phương trình hồi quy:

$$b_0 = K_1 \sum_{j=1}^N y_j - K_2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j = 65,079597$$

$$b_1 = K_3 \sum_{j=1}^N x_{1j} y_j = 34,3574947$$

$$b_2 = K_3 \sum_{j=1}^N x_{2j} y_j = 160,4390887$$

$$b_{12} = K_6 \sum_{j=1}^N x_{1j} x_{2j} y_j = 0,8501242036$$

$$b_{11} = K_4 \sum_{j=1}^N x_{1j}^2 y_j + K_5 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j - K_2 \sum_{i=1}^N y_j = 0,4099922641$$

$$b_{22} = K_4 \sum_{j=1}^N x_{2j}^2 y_j + K_5 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 y_j - K_2 \sum_{i=1}^N y_j = 0,4357112220$$

Phương trình hồi quy bậc 2 có dạng:

$$y = 65,079597 + 34,35749476x_1 + 160,43908847x_2 + 0,4099922641x_1^2 + 0,4357112220x_2^2 - 0,85012426936x_1x_2$$

Thay các giá trị mã hoá vào phương trình trên ta được:

$$y = 0,098283 + 0,01488306F_{r2} + 0,00029354T + 0,0000072624F_{r2}^2 + 0,000000001T^2 - 0,00000006575F_{r2}T$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

$$m_\sigma = 65,079597 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = 5,21356 \text{ MPa}$$

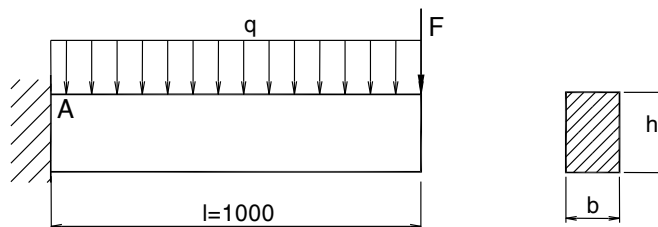
Từ các mô hình thay thế vừa nhận được ta dễ dàng đánh giá độ tin cậy kết cấu.

6.5 KẾT LUẬN

Ta có thể sử dụng các phương pháp mô phỏng số để đánh giá độ tin cậy kết cấu máy và chi tiết máy, tuy nhiên để đạt độ chính xác mong muốn thì các phương pháp trên đòi hỏi khối lượng tính toán lớn. Do đó chỉ thích hợp ứng dụng lập các phần mềm tính toán trên máy tính. Đối với các mô hình tính phức tạp ta có thể sử dụng phương pháp bề mặt đáp ứng để thay thế chúng bằng các phương trình hồi quy bậc nhất hoặc bậc hai, từ đó sử dụng các phương pháp xấp xỉ để dễ dàng phân tích hoặc thiết kế theo độ tin cậy.

6.6 BÀI TẬP

6.1 Một dầm bằng thép có kết cấu như hình 6.7. Biết rằng tải trọng F và cường độ tải trọng q là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật chuẩn với $m_F = 40000 \text{ N}$, $S_F = 4000 \text{ N}$, $m_q = 50 \text{ N/mm}$, $S_q = 5 \text{ N/mm}$. Kích thước thanh $b = 60 \text{ mm}$ và $h = 100 \text{ mm}$ được cho là đơn định. Môđun đàn hồi vật liệu thanh $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$. Giới hạn chảy: $m_{\sigma ch} = 600 \text{ MPa}$, $S_{\sigma ch} = 60 \text{ MPa}$.



Phân tích độ tin cậy phương pháp mô phỏng

Hình 6.7 Dầm bằng thép chịu uốn

Yêu cầu:

1. Xác định hàm trạng thái giới hạn theo độ bền và độ cứng.
2. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm xác suất làm việc không hỏng dầm. Vẽ hàm mật độ phân bố ứng suất σ , giới hạn chảy σ_{ch} và $g(\mathbf{X})$.
3. Tìm bề mặt đáp ứng dạng phương trình hồi quy bậc nhất, bậc nhất đầy đủ, bậc 2.
4. Với bề mặt đáp ứng thu được, sử dụng mô phỏng Monte Carlo xác định xác suất làm việc không hỏng cho từng dạng bề mặt và so sánh kết quả câu 1.
5. Sử dụng phương pháp lấy mẫu theo Latin Hypercube và dự đoán điểm Rosenblueth để tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất.

6.2 Các số liệu như bài tập 5.3.

Yêu cầu:

1. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm xác suất làm việc không hỏng trục. Vẽ hàm mật độ phân bố ứng suất σ , giới hạn mỏi σ_{lim} và $g(\mathbf{X})$.
2. Tìm bề mặt đáp ứng dạng phương trình hồi quy bậc nhất, bậc nhất đầy đủ, bậc 2.
3. Với bề mặt đáp ứng thu được, sử dụng mô phỏng Monte Carlo xác định xác suất làm việc không hỏng cho từng dạng bề mặt và so sánh kết quả câu 1.
4. Sử dụng phương pháp lấy mẫu theo Latin Hypercube và dự đoán điểm Rosenblueth để tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất.

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH KẾT CẤU THEO ĐỘ TIN CẬY

Trong chương này chúng ta phân tích và thiết kế các kết cấu trên cơ sở độ tin cậy theo các chỉ tiêu khả năng làm việc. Giữa các chi tiết cơ khí, kết cấu công trình và các hệ thống hoặc linh kiện điện – điện tử có sự khác nhau rõ rệt. Đa số các linh kiện và hệ thống điện, điện tử bị hỏng do tăng nhiệt độ trong quá trình làm việc hoặc các lý do tương tự. Độ tin cậy của các linh kiện điện và điện tử liên quan đến tuổi thọ của hệ thống. Thời gian chi tiết bị hỏng là biến ngẫu nhiên chủ yếu trong trường hợp này. Ngược lại, các chi tiết cơ khí và kết cấu xây dựng bị hỏng xảy ra khi độ bền (hoặc độ cứng, độ bền mòn...) nhỏ hơn giá trị tác dụng. Ngoài ra có sự khác nhau là các hệ thống điện, điện tử được sản xuất hàng loạt với số lượng lớn và do đó chúng đồng nhất. Vì lý do tồn tại với số lượng lớn các hệ thống chuẩn đồng nhất nên có thể giải thích xác suất hỏng các hệ thống điện trong giới hạn của tần suất liên quan. Các hệ thống cơ khí và kết cấu xây dựng không được sản xuất hàng loạt, cho nên các dữ liệu về chúng bị hạn chế. Do đó, phân tích độ tin cậy của máy và các kết cấu xây dựng có thể thiếu rất nhiều kiến thức liên quan đến cơ tính vật liệu và các bản chất sự thay đổi của tải trọng tác dụng trong thời gian làm việc.

Như ta đã biết trong các hệ thống phức tạp, sự hỏng hóc của một phần tử dẫn đến các hậu quả rất nghiêm trọng. Do đó nhiệm vụ chủ yếu của kỹ sư thiết kế và chuyên gia về độ tin cậy là chọn các thông số chi tiết máy và kết cấu tốt nhất cho hệ thống cơ khí khi tính đến các nhân tố như: giá thành, độ tin cậy, khối lượng và thể tích. Để đạt được mục tiêu này cần phải tiến hành ước lượng độ tin cậy các phần tử trong giai đoạn thiết kế.

Ngoài độ bền, khả năng làm việc của chi tiết máy đặc trưng bởi một loạt các chỉ tiêu quan trọng khác như: độ bền mòn, độ cứng, độ chịu nhiệt, độ ổn định dao động, độ chính xác ...

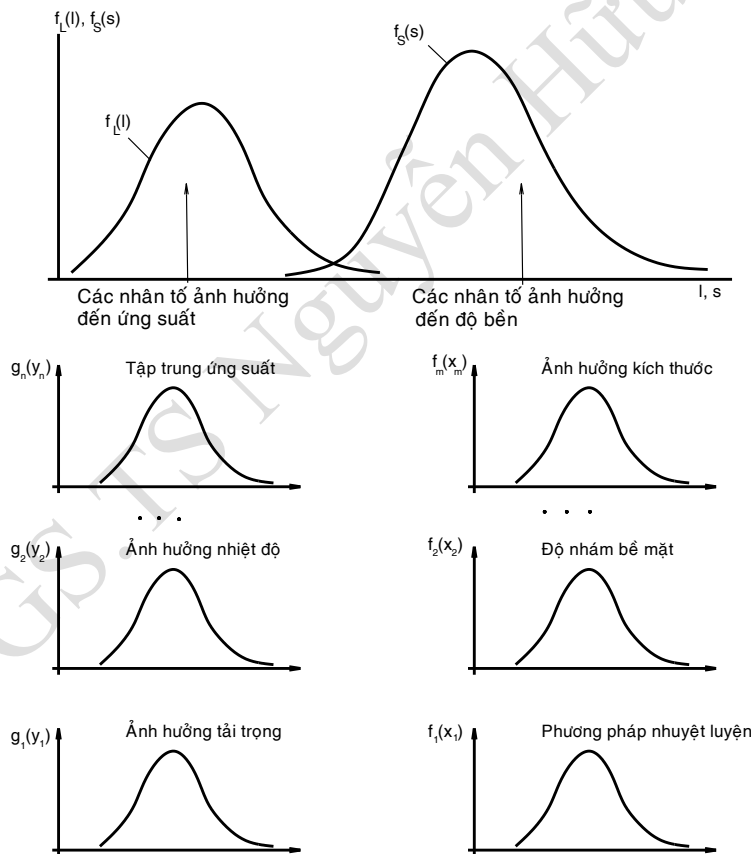
Các bài toán trong chương này được tính toán theo các phương pháp xấp xỉ đã trình bày trong chương 5 và bằng chương trình tự thiết lập RADME. Khi thiết kế sử dụng phương pháp mômen thích hợp, để đánh giá độ tin cậy sử dụng phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất (MPP).

7.1 PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ TRÊN CƠ SỞ ĐỘ TIN CẬY THEO ĐỘ BỀN

Tính toán tiến hành theo các chỉ tiêu riêng biệt với các đại lượng giới hạn của chúng: đặc trưng độ bền (giới hạn bền, giới hạn chảy, giới hạn mỏi), tải trọng giới hạn, tuổi thọ, chuyển vị tới hạn (do đàn hồi, mài mòn, nhiệt độ), độ chịu nhiệt của dầu và vật liệu, tần số và biên độ giới hạn của dao động, độ ổn định động lực học ...

Các đại lượng giới hạn cho trong các bảng tra cứu được xác định bằng con đường thực nghiệm hoặc qua quá trình sử dụng.

Đại lượng tính toán L khi tính toán độ tin cậy theo tiêu chuẩn bền là ứng suất tính toán hoặc tải trọng. Tương ứng với các đại lượng giới hạn S là giới hạn bền, giới hạn chảy, giới hạn mỏi hoặc khả năng tải.



Hình 7.1 Đường cong phân phối độ bền và ứng suất

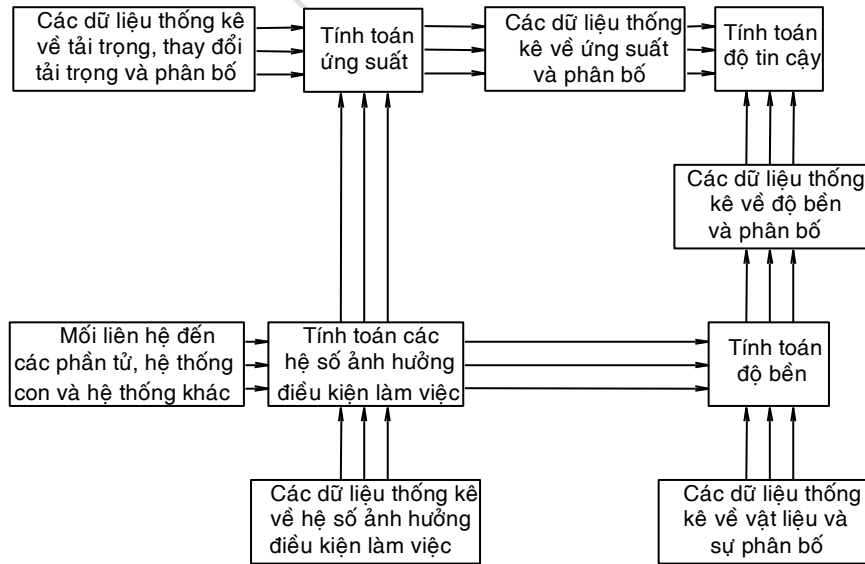
Cơ sở đánh giá độ tin cậy là mỗi phần tử có độ bền nhất định so với tải trọng tác dụng. Phương pháp thiết kế thông thường, dựa trên việc sử dụng các hệ số như hệ số an toàn đã không quan tâm đến xác suất hỏng

Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

của phần tử. Một vài nhà thiết kế cho rằng hồng học của phần tử có thể loại trừ nếu như ta chọn hệ số an toàn cao hơn một giá trị nào đó. Trong thực tế khi chỉ một hệ số an toàn thì xác suất hồng của chi tiết có thể thay đổi trong một phạm vi đáng kể.

Sử dụng hệ số an toàn có thể đúng trong trường hợp khi mà giá trị của nó dựa trên cơ sở kinh nghiệm làm việc nhiều năm trong điều kiện tương tự với điều kiện khi thiết kế. Ngoài ra, các tham số kết cấu là các đại lượng ngẫu nhiên mà với các phương pháp thiết kế thông thường người ta không tính đến.

Hình 7.1 trình bày đặc tính ngẫu nhiên của các tham số thiết kế khi xác định độ bền và ứng suất. Nếu như các phân phối này được xác định thì có thể tính toán xác suất làm việc không hồng của chi tiết. Hình 7.2 trình bày sơ đồ tính theo phương pháp này. Khi tính toán đầu tiên ta xét đến ảnh hưởng của các hệ số điều kiện làm việc, bởi vì chúng là các nhân tố quan trọng khi tính toán ứng suất và độ bền. Khi tính toán độ bền cần chú ý tính chất của vật liệu sử dụng và phân phối xác suất của các nhân tố như phương pháp gia công bề mặt, độ nhám bề mặt gia công ... Khi tính toán ứng suất cần phải tính đến các dữ liệu thống kê về tải trọng và các nhân tố ảnh hưởng đến ứng suất như tập trung ứng suất và nhiệt độ ... Sau đó tính toán giá trị ứng suất, độ bền và các sự phân phối của các đại lượng này. Theo sự phân phối này ta sẽ xác định độ tin cậy của chi tiết mà cụ thể là xác suất làm việc không hồng.



Hình 7.2 Sơ đồ tính toán thiết kế theo độ tin cậy

Chương 7

Để sử dụng phương pháp này một cách có hiệu quả các kỹ sư thiết kế cần phải có đầy đủ thông tin về phân phối độ bền, có các dữ liệu làm giảm chỉ tiêu bền và các dữ liệu về phân phối tải trọng ...

Quá trình phân tích độ tin cậy bao gồm các bước sau:

1. Tiến hành thiết kế sơ bộ.
2. Đánh giá ảnh hưởng các nhân tố bên ngoài.
3. Phân tích các phương án sơ bộ của hệ thống, bao gồm tải trọng tác dụng lên các chi tiết và sự phân phối của chúng.
4. Chọn vật liệu theo cơ tính và phân tích giá thành.
5. Đặc tính độ bền và tải trọng phá hủy bao gồm cả các phân phối của chúng.
6. Ước lượng giá trị độ bền của chi tiết và tải trọng phá hủy, các giá trị này phụ thuộc vào cơ tính vật liệu, hình dạng hình học của chi tiết và tải trọng tác dụng.
7. Tính toán độ tin cậy theo độ bền và tải trọng phá hủy.

Nếu ta khảo sát kế hoạch đầy đủ bảo đảm độ tin cậy khi thiết kế thì bao gồm các bước sau:

1. Đặt vấn đề.
2. Xác định các tham số kết cấu hoặc hệ thống.
3. Phân tích tính chất, hệ quả và mức độ quan trọng của hỏng hóc (hỏng hóc các phần tử gây nên hỏng hóc của toàn bộ hệ thống).
4. Kiểm tra tính chính xác việc chọn lựa các thông số quan trọng nhất.
5. Định dạng tỉ số giữa các tham số tới hạn và các tiêu chuẩn xác định việc xuất hiện các hỏng hóc.
6. Tính toán ứng suất làm xuất hiện hỏng hóc.
7. Lựa chọn phân phối ứng suất làm xuất hiện hỏng hóc.
8. Tính toán độ bền làm xuất hiện hỏng hóc.
9. Lựa chọn phân phối độ bền làm xuất hiện hỏng hóc.
10. Tính toán các chỉ tiêu độ tin cậy liên quan đến các phân phối này làm xuất hiện hỏng hóc đối với mỗi dạng hỏng tới hạn.
11. Chu trình thiết kế lặp lại với mục đích đảm bảo độ tin cậy cho trước.
12. Tối ưu hóa kết cấu theo quan điểm các chỉ tiêu làm việc, giá thành, khối lượng.
13. Chu trình tối ưu hóa lặp lại đối với từng chi tiết quan trọng của hệ thống.
14. Tính toán các chỉ tiêu quan trọng của hệ thống.

Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

15. Lập lại các bước vừa kể với mục đích tối ưu hóa độ tin cậy của hệ thống.

7.2 THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH THEO HỆ SỐ AN TOÀN TRUNG BÌNH

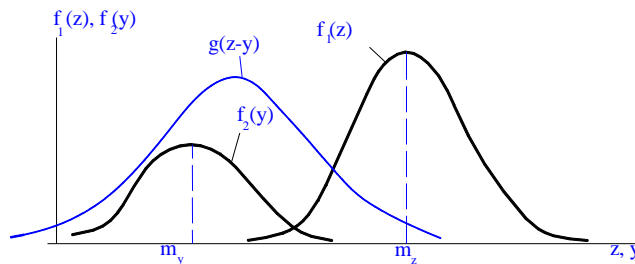
Kết cấu và chi tiết máy được gọi là an toàn và đáng tin cậy khi giá trị giới hạn theo chỉ tiêu tính (độ bền, cứng, bền mòn...) vượt quá giá trị tính toán. Do đó, để tính toán độ tin cậy của kết cấu và chi tiết máy đòi hỏi các hiểu biết về bản chất ngẫu nhiên của độ bền z (hoặc độ cứng, độ bền mòn...) và ứng suất y (hoặc độ võng, lượng mòn...). Nếu như hàm phân bố xác suất của chúng được biết là $f_1(z)$ và $f_2(y)$ như hình 7.3 thì độ tin cậy của chúng được ước lượng bằng các biểu thức tích phân. Trong các trường hợp mà Z và Y phân bố theo qui luật chuẩn, logarit chuẩn, hàm số mũ, Weibull... các công thức tích phân có thể rút gọn thành các dạng đơn giản. Hàm $g(Z, Y) = Z - Y$ gọi là hàm trạng thái giới hạn, chi tiết an toàn khi $g(Z, Y) > 0$, bị hỏng khi $g(Z, Y) \leq 0$.

Độ tin cậy của chi tiết khi xác suất độ bền vượt quá ứng suất với tất cả giá trị có thể của ứng suất (độ võng, lượng mòn...) được xác định theo công thức:

$$R = P(g > 0) = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \left[\int_y^{\infty} f_1(z) dz \right] dy = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) [1 - F_1(y)] dy \quad (7.1)$$

Ngoài ra, biểu thức của độ tin cậy có thể thu được bằng cách tìm xác suất của ứng suất được lấy giá trị nhỏ hơn giá trị của độ bền. Khi đó độ tin cậy được xác định:

$$R = P(g > 0) = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z) \left[\int_{-\infty}^z f_2(y) dy \right] dz = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z) F_2(z) dz \quad (7.2)$$



Hình 7.3

Giả sử độ bền (Z) và ứng suất (Y) phân bố theo qui luật chuẩn theo các hàm mật độ phân bố sau:

$$f_1(z) = \frac{1}{S_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \quad \text{và} \quad f_2(y) = \frac{1}{S_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}} ; \quad -\infty < z, y < \infty \quad (7.3)$$

trong đó: m_z và m_y có nghĩa là giá trị trung bình; S_z và S_y là sai lệch bình phương trung bình của các đại lượng ngẫu nhiên Z và Y .

Khi đó độ tin cậy của phần tử có thể biểu diễn bằng biểu thức:

$$R = P(g = Z - Y \geq 0) = P(g \geq 0) \quad (7.4)$$

trong đó $g = Z - Y$ là biến ngẫu nhiên mới.

Vì Z là hàm bậc nhất theo các biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn, do đó g cũng phân bố theo qui luật chuẩn. Hàm mật độ phân bố của đại lượng ngẫu nhiên g (hình 7.3) được xác định theo công thức:

$$f(g) = \frac{1}{S_g \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(g-m_g)^2}{2S_g^2}} ; \quad -\infty < g < \infty \quad (7.5)$$

Nếu Z và Y là các đại lượng độc lập, giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của g có thể xác định theo công thức:

$$m_g = m_z - m_y \quad \text{và} \quad S_g = \sqrt{S_z^2 + S_y^2}$$

Do đó biểu thức (7.4) có thể viết dưới dạng sau:

$$R = P(g \geq 0) = \int_0^{\infty} f(g) dg = \frac{1}{S_g \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(g-m_g)^2}{2S_g^2}} dg \quad (7.6)$$

$$\text{Nếu thay thế: } z_1 = \frac{g - m_g}{S_g} \quad (7.7)$$

với z_1 gọi là điểm phân vị chuẩn.

Độ tin cậy có thể xác định như sau:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{\infty} e^{-\frac{z_1^2}{2}} dz_1 = 1 - \Phi(z_1) \quad (7.8)$$

$$\text{Khi } z = 0 \text{ thì } z_1 = \frac{0 - m_g}{S_g} = -\frac{m_z - m_y}{\sqrt{S_z^2 + S_y^2}} = -\beta \quad (7.9)$$

Vì cận dưới z_1 ta có thể xác định theo giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên Z và Y . Độ tin cậy của chi tiết xác định bằng cách tra bảng theo giá trị z_1 thu được theo công thức (7.9). Ngược dấu z_1 ký hiệu β gọi là *chỉ số độ tin cậy*.

Trong trường hợp tổng quát ta sử dụng phương pháp mômen thích hợp và MPP (chương 5) để thiết kế và phân tích theo độ tin cậy. Khi đó độ bền Z và ứng suất Y là hàm số nhiều đại lượng ngẫu nhiên $Z = f_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) = f_1(X_1, X_2, \dots, X_m)$ và $Y = f_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_k) = f_2(X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_{m+k})$ ta sử dụng xấp xỉ bậc nhất hoặc bậc hai của dãy Taylor để xác định giá trị trung bình

Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

và sai lệch bình phương trung bình m_g và phương S_g^2 của hàm khả vi $g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ với các biến ngẫu nhiên độc lập X_1, X_2, \dots, X_n và $n = m+k$.

Giả sử $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ phân bố theo qui luật chuẩn có giá trị trung bình $\mathbf{m} = (m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n})$ và sai lệch bình phương trung bình $\mathbf{S} = (S_{X_1}, S_{X_2}, \dots, S_{X_n})$. Sau đó khai triển $g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ thành chuỗi Taylor:

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \right]_m (x_1^* - m_{X_1}) + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2} \right]_m (x_2^* - m_{X_2}) + \dots + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n} \right]_m (x_n^* - m_{X_n}) \quad (7.10)$$

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_m (x_i^* - m_{X_i}) = g(\mathbf{X}^*) + \nabla g(\mathbf{m})(\mathbf{X}^* - \mathbf{m}_{X_i})^T \quad (7.11)$$

Nếu ta khai triển chuỗi Taylor tại giá trị trung bình các đại lượng ngẫu nhiên $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = (m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n})$ thì giá trị trung bình m_g và sai lệch bình phương trung bình S_g xác định theo công thức:

$$m_g = g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) = g(\mathbf{m})$$

$$S_g = \sqrt{\left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \right]_m^2 S_{X_1}^2 + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2} \right]_m^2 S_{X_2}^2 + \dots + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n} \right]_m^2 S_{X_n}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g}{\partial X_i} \right]_m^2 S_{X_i}^2} \quad (7.12)$$

Xác suất làm việc không hỏng xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = 1 - P(g(\mathbf{X}) < 0)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{-m_g}{S_g}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{-g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g}{\partial X_i} \right]_m^2 S_{X_i}^2}}\right) = 1 - \Phi(z_1) = 1 - \Phi(-\beta) \quad (7.13)$$

Hệ số biến phân hoặc chỉ số độ tin cậy:

$$z_1 = -\beta = -\frac{g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g}{\partial X_i} \right]_m^2 S_{X_i}^2}} \quad (7.14)$$

với z_1 gọi là điểm phân vị và β gọi là chỉ số độ tin cậy.

Khi tính toán thiết kế độ tin cậy kết cấu trên cơ sở độ bền thì:

$$g = Z - Y$$

trong đó $Z = f_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) = f_1(X_1, X_2, \dots, X_m)$ và $Y = f_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_k) = f_2(X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_{m+k})$.

Chỉ số độ tin cậy β và hệ số biến phân z_1 xác định theo công thức:

$$z_1 = -\beta = -\frac{m_Z - m_Y}{\sqrt{S_Z^2 + S_Y^2}} = -\frac{f_1(m_{Z1}, m_{Z2}, \dots, m_{Zm}) - f_2(m_{Y1}, m_{Y2}, \dots, m_{Yk})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial f_1}{\partial Z_i} \right]_m^2 S_{Z_i}^2 + \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial f_2}{\partial Y_i} \right]_m^2 S_{Y_i}^2}} \quad (7.15)$$

Trong tính toán thiết kế một số kết cấu hoặc chi tiết máy đại lượng Z và Y phụ thuộc vào các đại lượng ngẫu nhiên Z_i và Y_i dưới dạng hàm số mũ $Z = \prod_{i=1}^m Z_i^{\alpha_i}$ và $Y = \prod_{i=1}^k Y_i^{\beta_i}$ với α_i, β_i là chỉ số mũ của nhân tố i. Khi đó giá trị trung bình m_Z, m_Y và hệ số biến phân tương ứng v_Z, v_Y sẽ bằng:

$$\begin{aligned} m_Z &= \prod_1^m m_{Z_i}^{\alpha_i}; & m_Y &= \prod_1^k m_{Y_i}^{\beta_i} \\ v_Z &= \sqrt{\sum_1^m \alpha_i^2 v_{Z_i}^2}; & v_Y &= \sqrt{\sum_1^k \beta_i^2 v_{Y_i}^2}; \end{aligned} \quad (7.16)$$

với v_i - hệ số biến phân của nhân tố x_i .

Khi tính toán theo độ bền, người ta xác định độ bền theo sự liên hệ giữa ứng suất tính toán σ và ứng suất giới hạn σ_{lim} mà nếu $\sigma > \sigma_{lim}$ thì hỏng hóc sẽ xảy ra. Nếu ta thay thế $S = \sigma_{lim}$ và $L = \sigma$ thì ta có công thức tính toán quen thuộc như trong giáo trình *Chi tiết máy* và *Cơ sở thiết kế máy* đã khảo sát [32, 51].

Các giá trị σ và σ_{lim} được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn. Ứng suất σ và σ_{lim} được đánh giá theo các đặc trưng bằng số sau đây: giá trị ứng suất trung bình $\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_{lim}$; sai lệch bình phương trung bình S_σ và $S_{\sigma_{lim}}$ hay là hệ số biến phân v_σ, v_{lim} .

Xác suất làm việc không hỏng theo tiêu chuẩn bền R được xác định như là xác suất sao cho giá trị xác suất tính toán σ nhỏ hơn giá trị ứng suất giới hạn σ_{lim} tức là $P(\sigma < \sigma_{gh})$. Giá trị xác suất làm việc không hỏng R tra bảng theo điểm phân vị z_1 hoặc chỉ số độ tin cậy β :

$$\begin{aligned} z_1 = -\beta &= -\frac{\bar{S} - \bar{L}}{\sqrt{S_S^2 + S_L^2}} = -\frac{\bar{\sigma}_{lim} - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{lim}^2 + S_\sigma^2}} \\ &= -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\sigma_{lim}}^2 + v_\sigma^2}} \end{aligned} \quad (7.17)$$

trong đó $\bar{n} = \frac{\bar{\sigma}_{lim}}{\bar{\sigma}}$ là **hệ số an toàn trung bình**.

Để thiết kế chi tiết máy ta thay thế công thức xác định $\bar{\sigma}$ và S_σ theo các biến thiết kế vào công thức (7.17), giải phương trình ta thu được các kích thước cần tìm.

Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

Trong các bài toán thiết kế kết cấu ta có thể xác định được v_σ , v_{lim} thì từ công thức (7.17) suy ra:

$$z_1^2(\bar{n}^2 v_{\sigma_{lim}}^2 + v_\sigma^2) = (\bar{n} - 1)^2 \quad (7.18)$$

Giải phương trình theo trên ta tìm được **giá trị trung bình hệ số an toàn** \bar{n} , từ đây suy ra $\bar{\sigma}$ và sau đó là kích thước cần tìm.

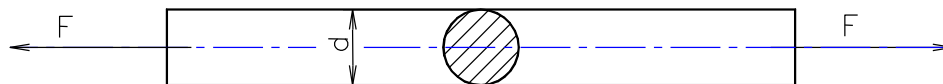
Tương tự ta giải bài toán phân tích và thiết kế trên cơ sở độ tin cậy theo độ bền, độ cứng, độ bền mòn, độ ổn định... dựa theo các dạng hỏng chi tiết máy và kết cấu.

Trong chương này ta khảo sát các bài toán cơ bản khi thiết kế thanh, dầm... theo các trạng thái ứng suất khác nhau và so sánh kết quả tính toán theo độ tin cậy với phương pháp tính theo hệ số an toàn (như trong sức bền vật liệu). Ta khảo sát các ví dụ cho các trường hợp trạng thái ứng suất đơn và phức tạp, trường hợp ứng suất không đổi và thay đổi. Thông thường chi tiết gọi là đáng tin cậy khi xác suất hỏng $F \leq 10^{-5}$ đối với các chi tiết hỏng học liên quan đến ứng suất, và $10^{-4} < F < 10^{-3}$ đối với các chi tiết hỏng học không liên quan đến ứng suất.

Trong các tính toán độ tin cậy theo độ bền ta thường thay thế S bởi các đại lượng: giới hạn bền σ_b , bền kéo σ_{bk} , giới hạn chảy σ_{ch} , giới hạn mỏi σ_r ... Tải trọng L có thể là: lực tác dụng F, mômen xoắn T, ứng suất σ ...

7.3 TÍNH TOÁN THANH CHỊU KÉO

Trong mục này ta khảo sát thanh có tiết diện tròn chịu kéo với lực kéo F là một đại lượng ngẫu nhiên. Đường kính d của thanh do sai số chế tạo cũng là một đại lượng ngẫu nhiên. Vì tính chất vật liệu cũng là một đại lượng ngẫu nhiên, do đó giới hạn bền kéo là một đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.4 Thanh chịu kéo

Ứng suất kéo xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{F}{\pi r^2} \quad (7.19)$$

trong đó A là tiết diện thanh.

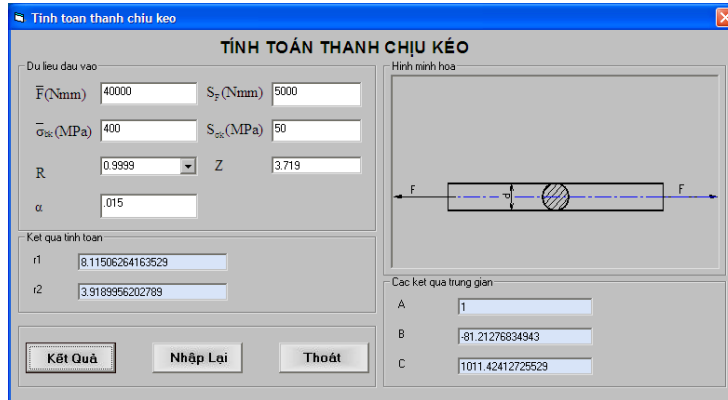
Do đó giá trị trung bình $\bar{\sigma}$ và sai lệch bình phương trung bình S_σ có thể xác định từ công thức (7.19) như sau:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{F}}{\pi \bar{r}^2} \quad (7.20)$$

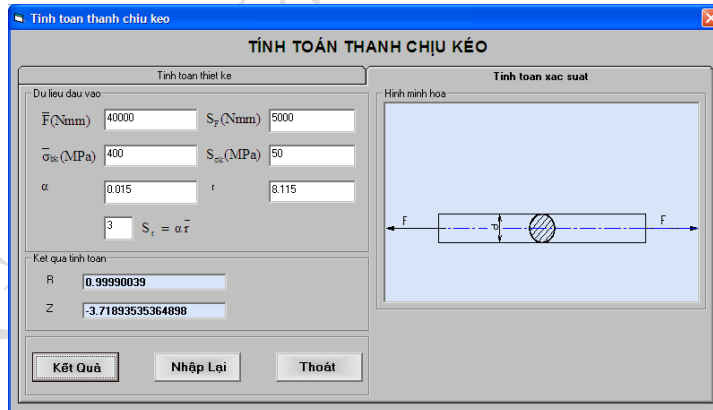
$$S_{\sigma}^2 = \frac{S_F^2}{\pi^2 r^{-4}} + \frac{4\bar{F}^2 S_r^2}{\pi^2 r^{-6}} = \frac{S_F^2 + \frac{4}{9}\alpha^2 \bar{F}^2}{\pi^2 r^{-4}} \quad (7.21)$$

Thay thế các biểu thức (7.20) và (7.21) vào công thức (7.17) với $m_S = \bar{\sigma}_{bk}$, $S_S = S_{\sigma k}$, $m_L = \bar{\sigma}$, $S_L = S_{\sigma}$ ta có:

$$z_1 = - \frac{\frac{\bar{\sigma}}{\pi r} - \frac{\bar{F}}{-2}}{\sqrt{S_{\sigma b}^2 + \frac{S_F^2 + \frac{4}{9}\alpha^2 \bar{F}^2}{\pi^2 r^{-4}}}} \quad (7.22)$$



a) Tính toán thiết kế



b) Phân tích độ tin cậy

Hình 7.5

Với các số liệu ban đầu: $\bar{F} = 40000$ N; $S_F = 5000$ N; $\bar{\sigma}_{bk} = 400$ MPa, $S_{\sigma k} = 50$ MPa. Bán kính r là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ với $\alpha = 0,017$. Với xác suất làm việc không hỏng $R = 0,9999$ ta có $z_1 = -3,72$ và nếu $\alpha = 0,015$ thì phương trình (7.22) sẽ trở thành:

Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

$$-3,72 = -\frac{400 - \frac{40000}{\pi \bar{r}^2}}{\sqrt{(50)^2 + \frac{5000^2 + \frac{4}{9}(0,015)^2 \cdot (40000)^2}{\pi^2 \bar{r}^4}}} \quad (7.23)$$

Sau khi đơn giản phương trình có dạng sau:

$$\bar{r}^4 - 81,21 \bar{r}^2 + 1011,42 = 0 \quad (7.24)$$

Phương trình này có hai nghiệm $\bar{r}_1 = 3,92$ mm và $\bar{r}_2 = 8,12$ mm.

Nghiệm cuối cùng $\bar{r}_2 = 8,12$ mm tương ứng với xác suất không hỏng $R = 0,9999$, còn nghiệm $\bar{r}_1 = 3,92$ mm tương ứng với xác suất không hỏng $R = 0,0001$ (hình 7.5a).

Nếu giải bài toán này theo phương pháp truyền thống với giá trị ứng suất cho phép $[\sigma]$ thì phụ thuộc vào hệ số an toàn ta có các kết quả theo bảng 7.1.

Bảng 7.1

Thông số	n=1	n=2	n=3
$[\sigma]$, MPa	400	200	133,3
d, mm	11,28	15,96	19,54
r, mm	5,64	7,98	9,78

Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán tải trọng

Giả sử rằng không thay đổi giá trị trung bình tải trọng, theo bảng 7.2 thì kích thước thanh phụ thuộc và độ phân tán tải trọng (S_{σ_k}). Miền thay đổi tải trọng càng lớn thì kích thước cần lớn.

Bảng 7.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

S_F , MPa	Bán kính r, mm	S_F , MPa	Bán kính r, mm
0	7,72	7000	8,41
1000	7,73	8000	8,57
2000	7,79	9000	8,73
3000	7,86	10000	8,89
4000	7,97	11000	9,05
5000	8,12	12000	9,22
6000	8,26	13000	9,38

Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

Giả sử rằng không thay đổi giá trị trung bình giới hạn bền vật liệu, theo bảng 7.3 thì kích thước thanh phụ thuộc và độ phân tán cơ tính vật

liệu ($S_{\sigma k}$). Miền thay đổi cơ tính của vật liệu càng lớn thì kích thước càng lớn.

Bảng 7.3 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

$S_{\sigma k}$, MPa	Bán kính r, mm	$S_{\sigma k}$, MPa	Bán kính r, mm
5	6,84	45	7,85
10	6,88	50	8,12
15	6,94	55	8,42
20	7,02	60	8,80
25	7,13	70	9,80
30	7,26	80	11,30
35	7,42	90	14,10
40	7,62	100	21,17

Bài toán trên có thể giải theo trình tự sau:

Hệ số biến phân v_{σ} :

$$v_{\sigma} = \sqrt{v_F^2 + 4v_r^2} = \sqrt{\left(\frac{S_F}{F}\right)^2 + 4\left(\frac{\alpha}{3}\right)^2} = \sqrt{0,125^2 + 4 \cdot 0,005^2} = 0,125399$$

Điểm phân vị:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_{bk} - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma bk}^2 + S_{\sigma}^2}} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\sigma bk}^2 + v_{\sigma}^2}}$$

trong đó $\bar{n} = \frac{\bar{\sigma}_{bk}}{\sigma}$ là hệ số an toàn theo ứng suất trung bình.

Để giải **bài toán thiết kế**, nghĩa là tìm giá trị trung bình đường kính \bar{d} , khi đó \bar{n} và v_{σ}^2 là hàm số của \bar{d} . Thay thế các biểu thức \bar{n} và v_{σ}^2 công thức xác định điểm phân vị và giải phương trình theo \bar{n} .

$$z_1^2 (\bar{n}^2 v_{\sigma bk}^2 + v_{\sigma}^2) = (\bar{n} - 1)^2$$

Từ đây suy ra:

$$\bar{n}^2 (z_1^2 v_{\sigma bk}^2 - 1) + 2\bar{n} + z_1^2 v_{\sigma}^2 - 1 = 0$$

$$\bar{n}^2 (3,719^2 \cdot \left(\frac{50}{400}\right)^2 - 1) + 2\bar{n} + 3,719^2 \cdot 0,125399^2 - 1 = 0$$

$$0,78389 \bar{n}^2 - 2\bar{n} + 0,782509394 = 0$$

Giải phương trình trên ta tìm được $\bar{n} = 2,0688718$, sau đó theo công thức (7.20) ta tìm được $\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_{bk}}{\bar{n}} = 193,342$, từ đây suy ra \bar{d} :

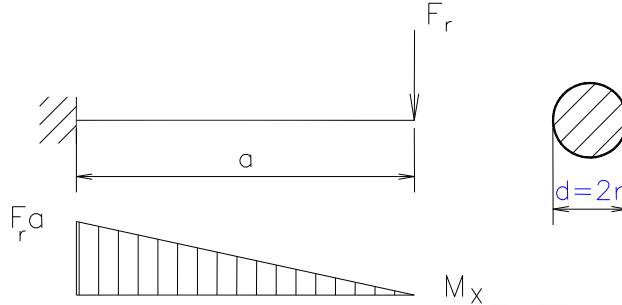
$$\bar{d} = \sqrt{\frac{4F}{\pi \bar{\sigma}}} = 16,23 \text{ mm}$$

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

Sử dụng trình tự này để giải các bài toán mà ứng suất biểu diễn dạng tích các đại lượng ngẫu nhiên.

7.4 TÍNH TOÁN THANH CHỊU UỐN

Trong mục này ta khảo sát dầm công xôn có tiết diện tròn chịu tác dụng tải trọng F_r là một đại lượng ngẫu nhiên. Tiết diện ngang của dầm là đường tròn bán kính r là một đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.6 Thanh chịu uốn

Ứng suất uốn lớn nhất xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{32F_r a}{\pi d^3} = \frac{4F_r a}{\pi r^3} \tag{7.25}$$

Vì F_r , a và r là các đại lượng ngẫu nhiên, do đó ta xác định giá trị trung bình $\bar{\sigma}$ và sai lệch bình phương trung bình S_σ theo các công thức sau:

$$\bar{\sigma} = \frac{4\bar{F}_r \bar{a}}{\pi \bar{r}^3} \tag{7.26}$$

$$S_\sigma^2 = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial F_r}\right)^2 S_{F_r}^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial a}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right)^2 S_r^2$$

$$S_\sigma^2 = \left(\frac{4\bar{a}}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 S_{F_r}^2 + \left(\frac{4\bar{F}_r}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{12\bar{F}_r \bar{a}}{\pi \bar{r}^4}\right)^2 S_r^2 \tag{7.27}$$

Thay thế các giá trị vào công thức (7.17) ta có:

$$z_1 = \frac{\bar{\sigma} - \frac{4\bar{F}_r \bar{a}}{\pi \bar{r}^3}}{\sqrt{S_{\sigma b}^2 + \left(\frac{4\bar{a}}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 S_{F_r}^2 + \left(\frac{4\bar{F}_r}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{12\bar{F}_r \bar{a}}{\pi \bar{r}^4}\right)^2 S_r^2}} \tag{7.28}$$

$$z_1 \sqrt{S_{\sigma b}^2 \pi^2 \bar{r}^{-6} + 16(\bar{a}^{-2} S_{F_r}^2 + \bar{F}_r^{-2} S_a^2 + \bar{F}_r \bar{a}^{-2} \alpha^2)} = 4\bar{F}_r \bar{a} - \bar{\sigma} \pi \bar{r}^3 \tag{7.29}$$

Chương 7

Đặt $\bar{r}^{-3} = t$ và bình phương hai vế, sau khi rút gọn ta có phương trình bậc hai sau:

$$(z_1^2 S_{\sigma_b}^2 \pi^2 - \bar{\sigma}_b^2 \pi^2) t^2 + 8 \bar{F}_r a \bar{\sigma}_b \pi t + 16 (\bar{a}^2 S_{F_r}^2 + \bar{F}_r^2 S_a^2 + \bar{F}_r^2 a^2 \alpha^2 - \bar{F}_r^2 a^2) = 0 \quad (7.30)$$

Đặt $A = (z_1^2 S_{\sigma_b}^2 \pi^2 - \bar{\sigma}_b^2 \pi^2)$; $B = 8 \bar{F}_r a \bar{\sigma}_b \pi$ và

$$C = 16 (\bar{a}^2 S_{F_r}^2 + \bar{F}_r^2 S_a^2 + \bar{F}_r^2 a^2 \alpha^2 - \bar{F}_r^2 a^2)$$

Với các số liệu ban đầu: $\bar{F}_r = 8000 \text{ N}$, $S_{F_r} = 1000 \text{ N}$. Khoảng cách a là đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{a} = 1000 \text{ mm}$, $S_a = 5 \text{ mm}$. Vì tính chất vật liệu cũng là một đại lượng ngẫu nhiên, do đó giới hạn bền uốn σ_b là một đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{\sigma}_b = 600 \text{ MPa}$, $S_{\sigma_b} = 50 \text{ MPa}$. Với xác suất làm việc không hỏng $R=0,9999$ và r là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ với $\alpha = 0,015$.

Thay thế các giá trị đã biết vào phương trình trên với $z_1 = -3,72$ khi $R = 0,9999$, ta có:

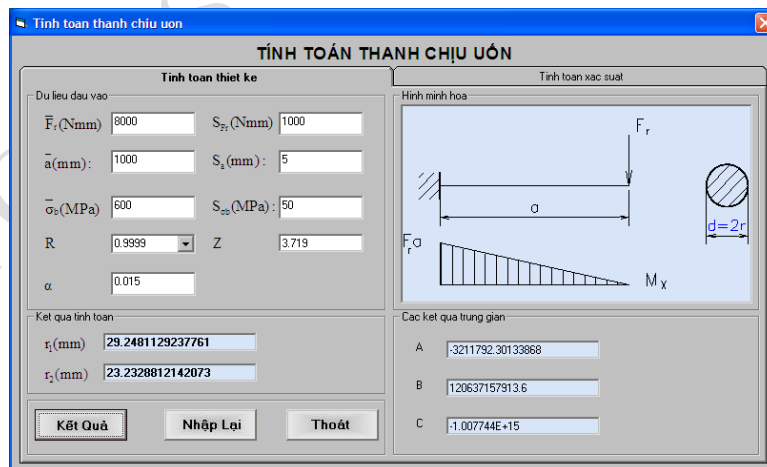
$$-3211792,30133868t^2 - 120637157913,6 t - 1.007744,10^{17} = 0 \quad (7.31)$$

Giải phương trình trên thu được (hình 7.7):

$t_1 = 25022,6$ suy ra $r_1 = 29,25 \text{ mm}$ tương ứng $R = 0,9999$

và $t_2 = 12540,3$ suy ra $r_2 = 23,23 \text{ mm}$ tương ứng $R = 0,0001$.

Kết quả: Bán kính thanh là $r = 29,25 \text{ mm}$ tương ứng với xác suất không hỏng $R = 0,9999$.



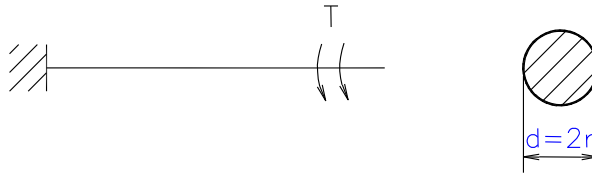
Hình 7.7

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

Do ứng suất tính toán xác định bằng tích các đại lượng ngẫu nhiên, cho nên ta có thể sử dụng các công thức (7.16, 7.17, 7.18) để giải bài toán thiết kế.

7.5 TÍNH TOÁN THANH CHỊU XOẮN

Một thanh tiết diện tròn bán kính r một đầu được giữ chặt, một đầu chịu tác dụng mômen xoắn T . Biết rằng mômen xoắn T , bán kính r và ứng suất cắt giới hạn τ_c là đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.8 Thanh chịu xoắn

Khi thanh chịu xoắn, ứng suất xoắn được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{T}{W_0} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{2T}{\pi r^3} \quad (7.32)$$

trong đó: T là moment xoắn, W_0 là mômen cản xoắn.

Từ công thức (7.32) ta xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình theo công thức sau:

$$\bar{\tau} = \frac{2\bar{T}}{\pi r^3} \quad (7.33)$$

$$S_{\tau}^2 = \left(\frac{\partial \tau}{\partial T}\right)^2 S_T^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial r}\right)^2 S_r^2$$
$$S_{\tau}^2 = \left(\frac{2}{\pi r^3}\right)^2 S_T^2 + \left(\frac{6\bar{T}}{\pi r^4}\right)^2 S_r^2 \quad (7.34)$$

Thay các giá trị $\bar{\tau}$ và S_{τ} vào công thức (7.17):

$$z_1 = -\frac{\bar{\tau}_c - \bar{\tau}}{\sqrt{S_{\tau_c}^2 + S_{\tau}^2}}$$

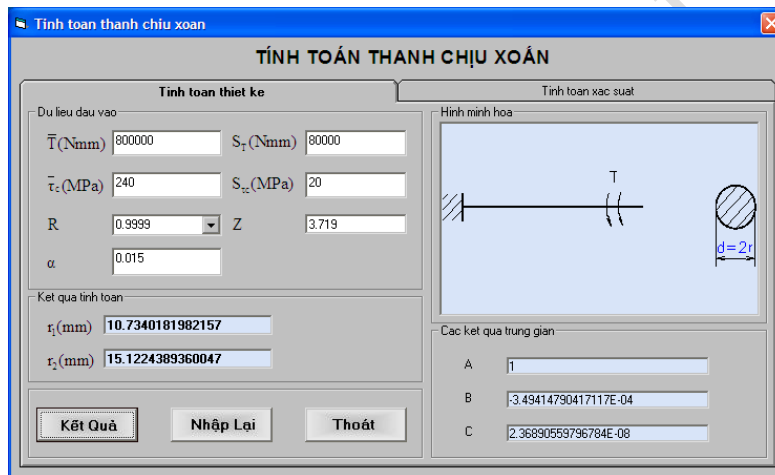
Ví dụ với các số liệu đầu vào: $\bar{T} = 800000$ Nmm; $S_T = 80000$ Nmm. Xác định bán kính dầm tại tiết diện nguy hiểm với xác suất làm việc không hỏng $R = 0,9999$. Biết rằng bán kính R là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ và $\alpha = 0,015$, ứng suất cắt giới hạn có giá trị trung bình $\bar{\tau}_c = 240$ MPa và sai lệch bình phương trung bình $S_{\tau_c} = 20$ MPa. Ta có:

$$-3,09 = -\frac{240 - 2 \cdot \frac{800000}{\pi r^{-3}}}{\sqrt{(20)^2 + \left(\frac{2 \cdot 800000}{\pi r^{-3}}\right)^2 (1 + 100\alpha^2)}}$$

Khi $\alpha = 0,015$ vào phương trình trên và sau khi rút gọn ta có:

$$r^{-6} - 3,494148r^{-3} + 2,3689 = 0$$

Giải phương trình này ta thu được hai nghiệm: $\bar{r}_1 = 15,12\text{mm}$ và $\bar{r}_2 = 10,734\text{mm}$ (hình 7.9). Ta chọn giá trị $\bar{r}_1 = 15,12\text{mm}$ tương ứng với xác suất làm việc không hỏng là $R = 0,9999$.



Hình 7.9 Thanh chịu xoắn

7.5.1 Phụ thuộc kích thước vào sai lệch bình phương bán kính

Nếu thay đổi giá trị α thì \bar{r}_1 sẽ thay đổi theo bảng 7.4.

Bảng 7.4 Phụ thuộc R vào α

α	0,001	0,010	0,020	0,050	0,100
Bán kính \bar{r}_1 , mm	14,68	14,69	14,70	14,78	15,03

7.5.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán vật liệu

Khi ta thay đổi sai lệch bình phương trung bình giới hạn bền cắt, thì kích thước bán kính thay đổi theo bảng 7.5.

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

Bảng 7.5 Phụ thuộc bán kính vào độ phân tán cơ tính vật liệu

Sai lệch S_T , MPa	Bán kính \bar{r}_1 , mm	Sai lệch S_T , MPa	Bán kính \bar{r}_1 , mm
0	14,07	30	15,46
5	14,11	35	15,97
10	14,23	40	16,59
15	14,48	45	17,34
20	14,70	50	18,29
25	15,04	55	19,50

7.5.3 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán mômen xoắn

Nếu ta thay đổi giá trị sai lệch bình phương trung bình tải trọng S_T thì xác suất làm việc không hỏng sẽ thay đổi theo bảng 7.6.

Bảng 7.6 Phụ thuộc bán kính vào độ phân tán mômen xoắn

Sai lệch S_T , MPa	Bán kính \bar{r}_1 , mm	Sai lệch S_T , MPa	Bán kính \bar{r}_1 , mm
0	14,21	100000	14,90
20000	14,24	150000	15,43
40000	14,35	200000	15,97
60000	14,51	250000	16,48
80000	14,70	300000	17,34

7.6 TÍNH TOÁN DẦM CHỮ I CHỊU UỐN

Ta khảo sát dầm có các gối tựa tại các điểm A và B như hình 7.10. Khối lượng dầm không đáng kể. Tải trọng F, chiều dài dầm l và khoảng cách a từ điểm đặt lực đến điểm cuối A là các đại lượng ngẫu nhiên. Xác định kích thước của dầm với xác suất làm việc không hỏng là R.

Mômen uốn lớn nhất:

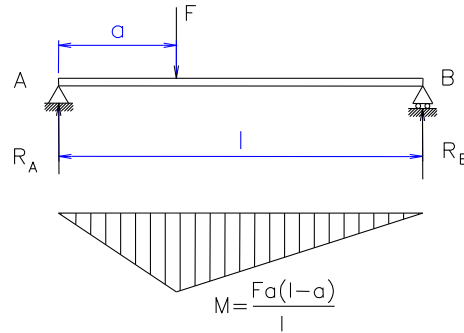
$$M = \frac{Fa(l-a)}{l} \quad (7.35)$$

Ứng suất lớn nhất sinh ra trên mặt cắt ngang dầm chữ I tại phần trên và phần dưới cùng của dầm và được xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{W} \quad (7.36)$$

Chương 7

trong đó: σ - ứng suất sinh ra trong dầm; M - moment uốn; c - khoảng cách từ đường trung hòa đến thớ ngoài cùng; I - moment quán tính mặt cắt ngang của dầm đối với đường trung hòa.



Hình 7.10 Dầm chịu uốn

Từ công thức (7.35) ta xác định giá trị trung bình moment uốn \bar{M} và sai lệch bình phương trung bình S_M theo công thức:

$$\bar{M} = \frac{\bar{F} \bar{a} (\bar{l} - \bar{a})}{l}$$

$$S_M = \sqrt{\frac{\bar{a}^{-2} (\bar{l} - \bar{a})^2}{l^2} S_F^2 + \frac{\bar{F}^2 (\bar{l} - 2\bar{a})^2}{l^2} S_a^2 + \frac{\bar{F}^2 \bar{a}^4}{l^4} S_l^2}$$

a) Biên dạng thép chữ I

Đối với biên dạng Wx8x67 (hình 7.11) ta có:

$$\frac{b_f}{t_f} = 8,88; \quad \frac{d}{t_w} = 15,7; \quad \frac{b_f}{d} = 0,92$$

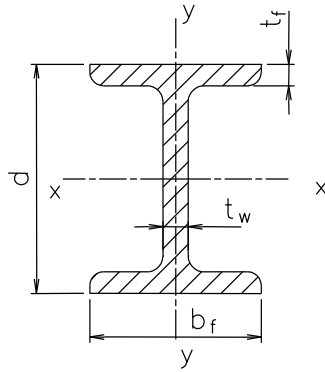
$$t_w = 0,06369d; \quad b_f = 0,92d; \quad t_f = 0,1036d.$$

Do đó:

$$\bar{W} = \frac{I}{c} = \frac{b_f d^3 - (b_f - t_w)(d - 2t_f)^3}{6d} = 0,0822d^3$$

Giả sử rằng sai lệch bình phương trung bình của kích thước d là $S_d = 0,01\bar{d}$, khi đó: $\bar{W} = 0,0822\bar{d}^3$ và $S_W = 0,002466\bar{d}^3$.

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy



Hình 7.11 Mặt cắt ngang của thép chữ I

Giả sử các số liệu ban đầu: $\bar{F} = 40000\text{N}$, $S_F = 4000\text{ N}$; $l = 3000 \pm 90$ mm, tức là $\bar{l} = 3000$ mm, $S_l = 30$ mm; $a = 1000 \pm 30$ mm, tức là $\bar{a} = 1000$ mm, $S_a = 10$ mm.

Xác định kích thước của dầm với xác suất làm việc không hỏng là $R = 0,999$. Biết rằng dầm được chế tạo từ thép định hình có giới hạn bền $\bar{\sigma}_b = 890$ MPa và $S_{\sigma_b} = 89$ MPa.

Theo công thức (7.36) ta có:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{M}}{W} = \frac{329472011946}{d^3} \text{ MPa}$$

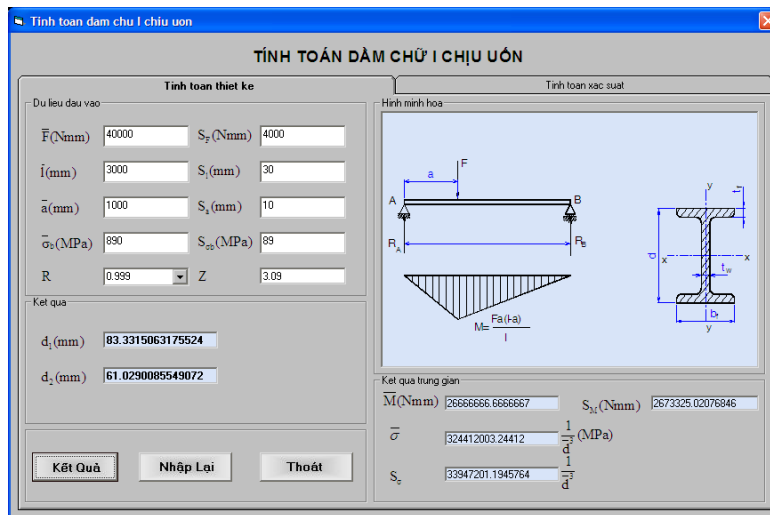
$$S_{\sigma} = \sqrt{\frac{l^2}{W^2} S_M^2 + \left(\frac{-\bar{M}}{W^2}\right)^2 S_W^2} = \frac{339472011946}{d^3}$$

Tương ứng với xác suất làm việc không hỏng $R = 0,999$ ta có $z_1 = -3,09$. Từ phương trình:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_b - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma_b}^2 + S_{\sigma}^2}}$$

Suy ra:

$$-3,09 = \frac{-890 + \frac{324412003244}{d^3}}{\sqrt{\left(\frac{339472011946}{d^3}\right)^2 + (89)^2}}$$



Hình 7.12

Đặt $t = \frac{10^6}{d^3}$, sau khi đơn giản và giải phương trình ta thu được $d_1 = 83,33\text{mm}$ và $d_2 = 61,03 \text{ mm}$ (hình 7.12). Ta chọn $d = 83,33 \text{ mm}$ tương ứng với xác suất không hỏng $R = 0,999$.

7.7 TÍNH TOÁN THANH UỐN DỌC

Một thanh truyền có chiều dài l và đường kính d chịu nén bởi lực F . Tải trọng uốn dọc tới hạn F_{th} xác định theo công thức:

$$F_{th} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (7.37)$$

trong đó: E là môđun đàn hồi; I – mômen quán tính mặt cắt ngang.

Tính toán đường kính thanh với xác suất làm việc không hỏng $R = 0,999$. Sai lệch bình phương trung bình đường kính: $S_d = \alpha \bar{d} = 0,01 \bar{d}$. Điểm phân vị trong trường hợp này sẽ xác định theo công thức:

$$z_1 = -\frac{\bar{F}_{th} - \bar{F}}{\sqrt{S_{F_{th}}^2 + S_F^2}} \quad (7.38)$$

trong đó: \bar{F}_{th} , $S_{F_{th}}$ là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của tải trọng uốn dọc tới hạn; \bar{F} , S_F là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của lực nén.

Vì thanh có tiết diện tròn, do đó:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Thay giá trị vào công thức (7.24) ta có:

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

$$F_{th} = \frac{\pi^3 E d^4}{64 l^2}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của tải trọng uốn dọc tới hạn được xác định:

$$\bar{F}_{th} = \frac{\pi^3 \bar{E} \bar{d}^4}{64 \bar{l}^2} = \frac{\pi^3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \bar{d}^4}{64 \cdot 1000^2} = 0,101739345 \bar{d}^4$$

$$S_{F_{th}}^2 = \left[\left(\frac{\partial F_{th}}{\partial E} \right)^2 S_E^2 + \left(\frac{\partial F_{th}}{\partial l} \right)^2 S_l^2 + \left(\frac{\partial F_{th}}{\partial d} \right)^2 S_d^2 \right]$$

$$S_{F_{th}}^2 = \left[\left(\frac{\pi^3 \bar{d}^4}{64 \bar{l}^2} \right)^2 S_E^2 + \left(\frac{-2\pi^3 \bar{E} \bar{d}^4}{64 \bar{l}^3} \right)^2 S_l^2 + \left(\frac{4\pi^3 \bar{E} \bar{d}^3}{64 \bar{l}^2} \right)^2 S_d^2 \right]$$

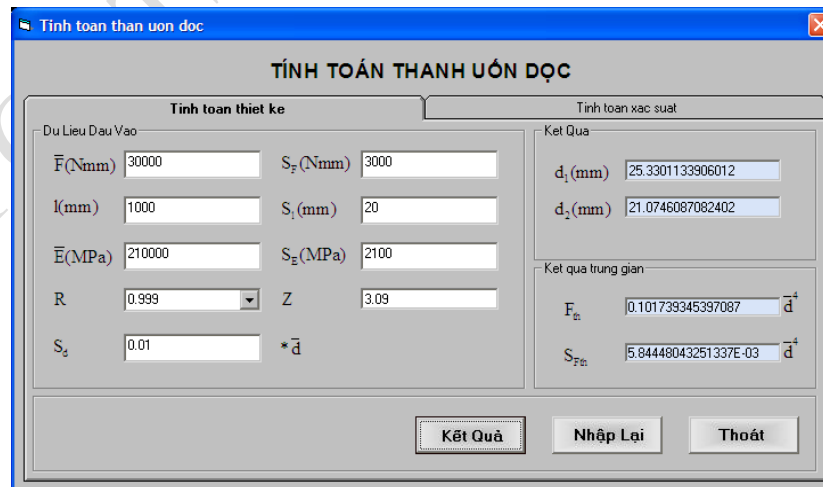
Nếu thay thế các đại lượng ngẫu nhiên trong bảng 7.7 ta thu được:

Bảng 7.7

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực nén F, N	30000	3000
Chiều dài thanh l, mm	1000	20
Môđun đàn hồi E, MPa	2,1.10 ⁵	2,1.10 ³

$$S_{F_{th}}^2 = \left[\left(\frac{\pi^3 \bar{d}^4}{64 \cdot 1000^2} \right)^2 (2,1 \cdot 10^3)^2 + \left(\frac{-2\pi^3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \bar{d}^4}{64 \cdot 1000^3} \right)^2 20^2 + \left(\frac{4\pi^3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \bar{d}^3}{64 \cdot 1000^2} \right)^2 \cdot 0,01^2 \bar{d}^2 \right]$$

$$S_{F_{th}}^2 = \frac{(2,1 \cdot 10^5)^2 \pi^6 \bar{d}^8}{(64 \cdot 1000^2)^2} \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 10^{-4} + \left(\frac{-2}{1000} \right)^2 20^2 + \left(\frac{4}{1} \right)^2 0,01^2 \right]$$



Hình 7.13

Rút gọn ta thu được $S_{Fth} = 0,0058444804325\bar{d}^4$.

Thay thế các giá trị vừa xác định vào phương trình (7.38) với $z_1 = -3,095$ tương ứng $R = 0,999$ ta có:

$$-3,09 = -\frac{0,101739345\bar{d}^4 - 30000}{\sqrt{0,0058444804325^2\bar{d}^8 + 1000^2}}$$

Giải phương trình theo \bar{d} ta tìm được hai nghiệm: $\bar{d}_1 = 25,33$ mm tương ứng $R = 0,999$ và $\bar{d}_2 = 21,74$ mm tương ứng $R = 0,001$.

7.7.1 Phụ thuộc kích thước vào dung sai đường kính

Nếu thay đổi giá trị sai lệch bình phương trung bình đường kính $S_d = \alpha \bar{d}$ thì đường kính \bar{d} sẽ thay đổi theo bảng 7.8.

Bảng 7.8 Phụ thuộc \bar{d} vào α

α	0,001	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050
Đường kính \bar{d}	25,13	25,33	25,89	26,82	28,15	30,10

7.7.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán tải trọng

Khi ta thay đổi sai lệch bình phương trung bình tải trọng thì kích thước đường kính thay đổi theo bảng 7.9.

Bảng 7.9 Phụ thuộc đường vào độ phân tán tải trọng

Sai lệch S_F	Đường kính \bar{d} , mm	Sai lệch S_F	Đường kính \bar{d} , mm
0	24,45	5000	26,15
1000	24,61	6000	26,56
2000	24,93	7000	26,95
3000	25,33	8000	27,32
4000	25,74	9000	27,68

7.8 TÍNH THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

Trong mục này trình bày phương pháp tính toán thiết kế xác suất khi thanh chịu lực phức tạp. Ví dụ ta xác định chiều dày t của ống trong kết cấu như hình 7.14a. Lực F tác dụng lên tay quay. Trục được xem như là dầm công xôn chế tạo từ thép ống AISI 4140. Các đại lượng ngẫu nhiên trong bài toán đều phân phối theo qui luật chuẩn. Giá trị trung bình và sai

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

lệch bình phương trung bình của các đại lượng ngẫu nhiên (\bar{x}, S_X) theo bảng 7.10.

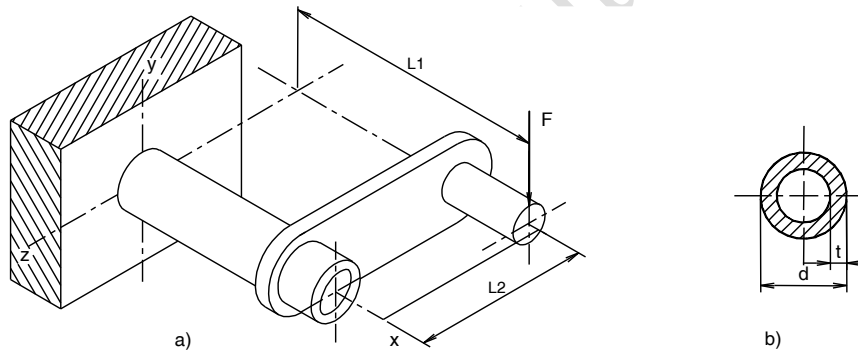
Bảng 7.10

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực F, N	3000	300
Giới hạn chảy σ_{ch} , MPa	600	60
Khoảng cách L_1 , mm	250	4
Khoảng cách L_2 , mm	200	2

Sai lệch bình phương trung bình đường kính trục $S_d = 0,015\bar{d}$. Xác định kích thước trục rỗng để xác suất làm việc không hỏng $R = 0,999$.

Để trục rỗng không bị uốn dọc thì giữa đường kính d và chiều dày t có sự liên hệ $d/t \leq 100$. Ta chọn $t = d/10$. Mômen cản uốn mặt cắt ngang:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \left(1 - \frac{(d-2t)^4}{d^4} \right) = \frac{\pi d^3}{32} \left(1 - \left(1 - \frac{2t}{d} \right)^4 \right) = 0,05796d^3 = kd^3 \quad (7.39)$$



Hình 7.14

Mômen cản xoắn:

$$W_0 = 2W = 2kd^3 \quad (7.40)$$

Ứng suất lớn nhất sinh ra tại vị trí đường kính vòng ngoài của trục rỗng và tại vị trí liên kết với tường. Ứng suất uốn σ và xoắn τ có giá trị lớn nhất tại vùng này. Ứng suất tương đương σ_{td} theo thuyết bền 4 có dạng sau:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (7.41)$$

Tuy nhiên:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{FL_1}{kd^3} \quad (7.42)$$

$$\tau = \frac{T}{W_0} = \frac{FL_2}{2kd^3} \quad (7.43)$$

Do đó, mômen lớn nhất tại vị trí đặt lực:

$$\sigma_{td} = \frac{F}{4kd^3} \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} \quad (7.44)$$

a) Tính theo phương pháp thông thường

Tương ứng với hệ số an toàn $n = 1$ ta có:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\bar{F}}{4k\sigma_{ch}} \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2}} = 19,04 \text{ mm}$$

b) Tính theo phương pháp xác suất

Giá trị trung bình ứng suất tương đương:

$$\bar{\sigma}_{td} = \frac{\bar{F}}{4kd^3} \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} = \frac{3000}{4 \cdot 0,05786 \cdot \bar{d}^3} \sqrt{4 \cdot 250^2 + 3 \cdot 200^2} = \frac{7871069,5}{\bar{d}^3}$$

Sai lệch bình phương trung bình của ứng suất:

$$S_{\sigma_v}^2 = \left(\frac{\partial \sigma_v}{\partial F} \right)^2 S_F^2 + \left(\frac{\partial \sigma_v}{\partial d} \right)^2 S_d^2 + \left(\frac{\partial \sigma_v}{\partial L_1} \right)^2 S_{L_1}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_v}{\partial L_2} \right)^2 S_{L_2}^2 \quad (7.45)$$

Bởi vì:

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial F} = \frac{1}{4kd^3} \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} = \frac{1}{4 \cdot 0,05796 \cdot \bar{d}^3} \sqrt{4 \cdot 250^2 + 3 \cdot 200^2} = \frac{2623,7}{\bar{d}^3}$$

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial d} = \frac{-3F}{4kd^4} \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} = \frac{-3 \cdot 3000}{4 \cdot 0,05796 \cdot \bar{d}^4} \sqrt{4 \cdot 250^2 + 3 \cdot 200^2} = \frac{23613208,58}{\bar{d}^4}$$

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial L_1} = \frac{FL_1}{kd^3 \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2}} = \frac{3000 \cdot 250}{0,05796 \cdot \bar{d}^3 \sqrt{4 \cdot 250^2 + 3 \cdot 200^2}} = \frac{21273,16}{\bar{d}^3}$$

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial L_2} = \frac{3FL_2}{4kd^3 \sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2}} = \frac{3 \cdot 3000 \cdot 200}{4 \cdot 0,05796 \cdot \bar{d}^3 \sqrt{4 \cdot 250^2 + 3 \cdot 200^2}} = \frac{12763,9}{\bar{d}^3}$$

Cho nên:

$$S_{\sigma_v} = \sqrt{\left(\frac{2623,7}{\bar{d}^3} \right)^2 \cdot 300^2 + \left(\frac{23613208,58}{\bar{d}^4} \right)^2 \cdot 0,015^2 \bar{d}^2 + \left(\frac{21273,16}{\bar{d}^3} \right)^2 \cdot 4^2 + \left(\frac{12763,9}{\bar{d}^3} \right)^2 \cdot 2^2} \\ = \frac{8676929}{\bar{d}^3}$$

Từ đây các giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất tương đương và giới hạn chảy: $\bar{\sigma}_{ch} = 600 \text{ MPa}$; $S_{\sigma_{ch}} = 60 \text{ MPa}$;

$\bar{\sigma}_v = \frac{7871069,5}{\bar{d}^3}$ và $S_{\sigma_v} = \frac{8676929}{\bar{d}^3}$. Tương ứng với xác suất làm việc không

hỏng $R=0,999$ ta có $z_1 = -3,09$. Ta xác định điểm phân vị theo công thức:

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_{ch} - \bar{\sigma}_v}{\sqrt{S_{\sigma_{ch}}^2 + S_{\sigma_v}^2}} = -\frac{600 - \frac{7871069,5}{d^3}}{\sqrt{60^2 + \left(\frac{8676929}{d^3}\right)^2}} = -3,09$$

Đặt $x = \frac{1}{d^3}$ và rút gọn phương trình trên ta thu được phương trình bậc 2 với biến số x như sau:

$$x^2 - 1,296096805 \cdot 10^{-3}x + 5,946371153 \cdot 10^{-8} = 0$$

Giải phương trình này ta thu được hai nghiệm $x_1 = 0,000124846744$ tương ứng $d_1 = 20,01$ mm và $x_2 = 0,00004762936511$ tương ứng $d_2 = 27,59$ mm (hình 7.15).

Nghiệm d_1 tương ứng xác suất không hỏng $R = 0,001$ và $d_2 = 27,59$ tương ứng với xác suất không hỏng $R = 0,999$. Do đó ta chọn $d = 27,59$ mm, từ đây suy ra $t = 2,76$ mm.

Bài toán trên nếu ta chọn trực đặc thì $d = 20,73$ mm.

TÍNH THÀNH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

Du Liệu Đầu Vào

\bar{F} (N)	3000	S_f (N)	300
$\bar{\sigma}_{ch}$ (MPa)	600	S_{ch} (MPa)	60
S_d	.015	\bar{d}	
R	0.999	Z	3.09
L_1 (mm)	250	S_{r1} (mm)	4
L_2 (mm)	200	S_{r2} (mm)	2
<input checked="" type="radio"/> Trục Rỗng	t/d		.1
<input type="radio"/> Trục Đặc	k		0.0579623844663

Kết Quả

d_1 (mm)	20.0081803428726
d_2 (mm)	27.5872494912278

Kết Quả Nhập Lại Thoát

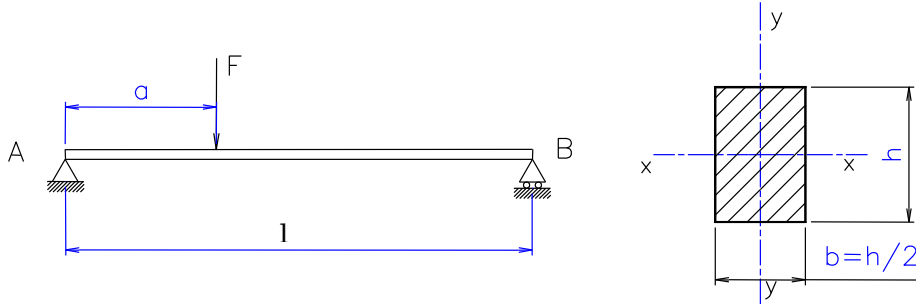
Hình 7.15

7.9 BÀI TẬP

7.1 Thanh có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F và được đỡ bởi các giá tựa như hình 7.16. Lực tác dụng F , chiều dài thanh l và khoảng cách a là các đại lượng ngẫu nhiên có giá trị trong bảng 7.11.

Bảng 7.11

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F , N	30000	2000
Chiều dài thanh l , mm	3000	10
Vị trí đặt lực a , mm	2000	10
Ứng suất giới hạn σ_b , MPa	400	20



Hình 7.16

Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao h và dung sai kích thước tiết diện ngang là $\pm 3\%$ ($6S_b = 0,03 \bar{h}$). Tính b và h với độ tin cậy (xác suất làm việc không hỏng) $R = 0,9999$. Sau đó xác định sự thay đổi của độ tin cậy R các các tham số sau:

- Sai lệch bình phương trung bình của ứng suất giới hạn S_{σ_b} (thay đổi trên khoảng 10...80MPa).
- Sai lệch bình phương trung bình của tải trọng S_F (thay đổi trên khoảng 500...4000MPa).
- Dung sai kích thước tiết diện ngang (thay đổi trong khoảng 1...10%).

7.2 Trong mục 7.5 đối với thanh trụ tròn ngoài tác dụng mômen xoắn còn chịu tác dụng mômen uốn M . Giá trị trung bình của mômen uốn $\bar{M} = 3390000$ Nmm, sai lệch bình phương trung bình của mômen uốn $S_M = 226000$ Nmm. Sử dụng các dữ liệu mục 7.5 hãy xác định bán kính trục với xác suất hỏng $R = 0,999$.

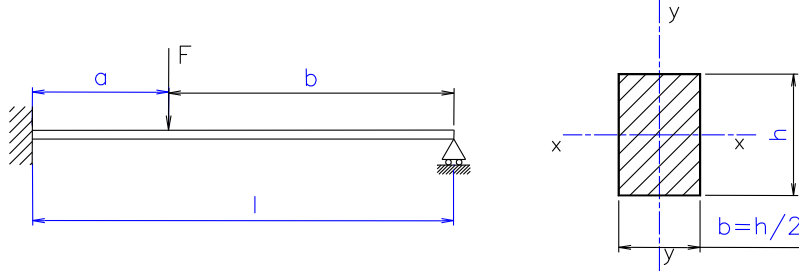
7.3 Tính toán kích thước dầm được đỡ bởi gối đỡ như hình 7.17 với xác suất làm việc không hỏng $R = 0,999$. Các đại lượng cho trước trong bảng 7.12.

Thiết kế và phân tích kết cấu theo đô tin cậy

Bảng 7.12

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F , N	20000	2000
Chiều dài thanh l , mm	5000	200
Vị trí đặt lực a , mm	3000	300
Ứng suất giới hạn σ_b , MPa	500	30

Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao h và dung sai kích thước tiết diện ngang là $\pm 3\%$ ($6S_h = 0,03 \bar{h}$).

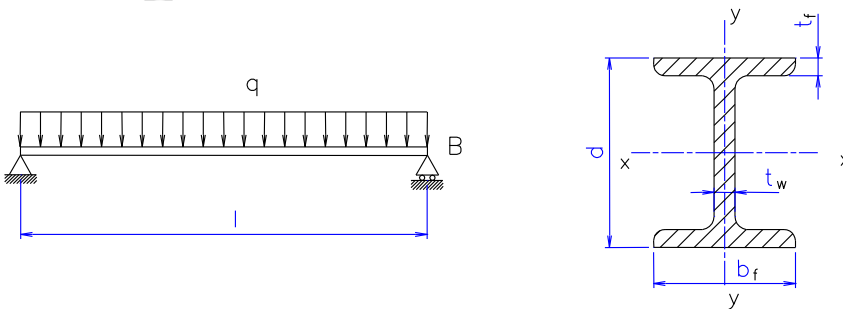


Hình 7.17

7.4 Tính dầm thanh chữ I như hình 7.18 biết rằng tải trọng được phân phối đều với $\bar{q} = 10000$ N/m và $S_q = 1000$ N/m. Các dữ liệu cho trong bảng 7.13.

Bảng 7.13

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Cường độ tải trọng q , N/m	10000	1000
Chiều dài thanh l , mm	3000	20
Giới hạn bền, MPa	900	90

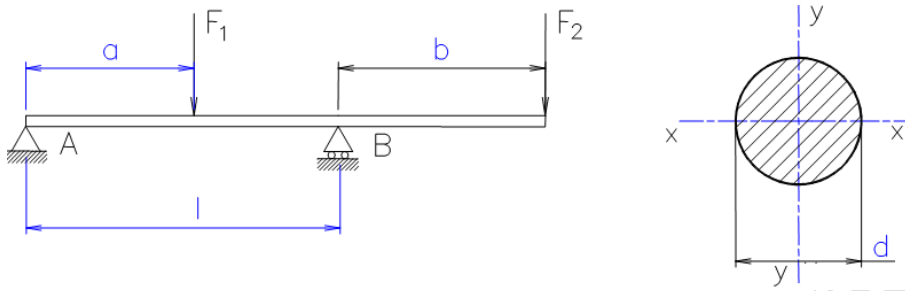


Hình 7.18

7.5 Tính toán thiết kế trục chịu tác dụng các lực F_1 và F_2 và được đỡ bởi các ổ A và B như hình 7.19. Xác suất làm việc không hỏng $R = 0,99$.

Chương 7

Bán kính r là đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với sai lệch bình phương trung bình $S_r = 0,01 \bar{r}$.



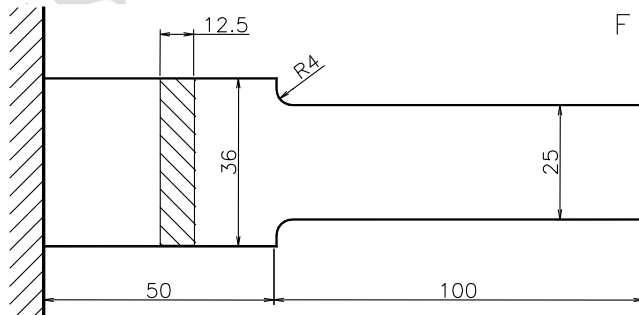
Hình 7.19

Các đại lượng F_1 , F_2 , a , b , l và σ_b phân phối theo qui luật chuẩn và các giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình cho trong bảng 7.14.

Bảng 7.14

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F_1 , N	6000	500
Lực tác dụng F_2 , N	12000	1200
Đoạn công xôn b , mm	800	10
Vị trí đặt lực a , mm	500	5
Khoảng cách l , mm	1600	15
Ứng suất giới hạn σ_b , MPa	800	50

7.6 Dầm công xôn có kết cấu như hình 7.20 chịu tác dụng của tải trọng $F=N(10000, 1000)N$. Dầm công xôn được chế tạo từ thép AISI 1040 và nhiệt luyện với giá trị trung bình giới hạn bền kéo $\sigma_{bk} = N(568, 58,6)$ MPa. Tìm hệ số an toàn.



Hình 7.20